

4. UN JEU DE PAIRES

Il s'agit d'un jeu à deux joueurs. Avant de commencer on trace un cercle sur une feuille de papier, puis on place n points sur ce cercle. Par exemple $n = 30$. Le jeu commence. Chaque joueur choisit deux points sur le cercle et les relie par un segment. Attention on ne peut pas choisir n'importe quelle paire de point : il faut que le segment qui les relie ne coupe aucun des segment tracés auparavant. Vous l'avez deviné, le joueur qui perd est celui qui ne peut plus jouer.

- (1) Existe-t-il une stratégie gagnante ? Faut-il commencer ou pas ?
- (2) On regarde le dessin formé à la fin d'une partie. On suppose que n est pair, et on dit que le dessin obtenu est *complet* si tous les points sont reliés à un autre point. Si le dessin est complet peut-on dire qui a perdu si on sait qui a commencé ?
- (3) Une question de dénombrement : combien de dessins complets existe-t-il ?