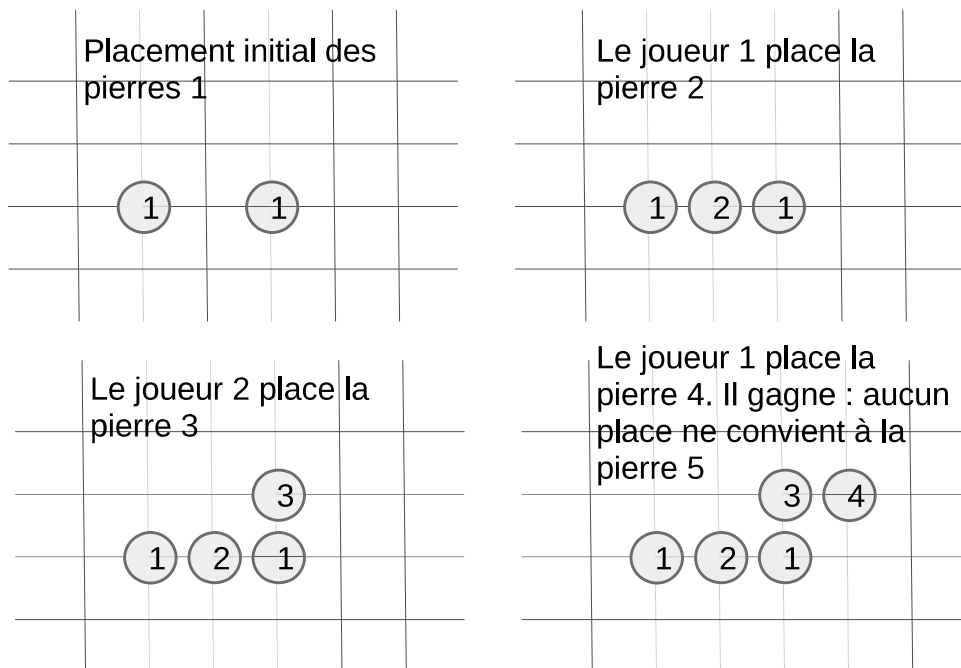


Sumway to heaven

Sujet MATH.en.JEANS n°2

« Nul ne doit nous exclure du paradis que Cantor à créé », a dit Hilbert. Ce paradis est celui de l'infini car Cantor, Georg de son prénom, a été celui qui a montré la manière correcte de faire des maths sur des ensembles infinis. Le petit jeu sur lequel je vous propose de réfléchir cette année va cependant vous montrer que l'infini n'est pas forcément si aisé à atteindre.

Les règles en sont les suivantes. On considère un quadrillage infini sur lequel on placera des pierres, comme au jeu de go (sur les intersections des lignes verticales et horizontales). On se donne au début un certain nombre de pierres valant chacune 1 et le premier joueur les place comme il veut (2 pierres dans l'exemple ci-dessous : les coups sont lus de gauche à droite, puis de haut en bas). Ce même premier joueur va ensuite débiter la partie : à tour de rôle chaque joueur pose une pierre, la première pierre valant 2 et chaque suivante valant 1 de plus (3, 4, 5, etc.). La seule contrainte pour placer une pierre est que sa valeur est la même que la somme des valeurs des pierres voisines. Les voisins sont considérés verticalement, horizontalement et suivant les obliques.



Questions :

On se placera d'abord dans le cas d'un jeu en solitaire où l'objectif est de placer le plus de pierres possible :

- pour deux pierres initiales de valeur 1, combien de pierres peut-on poser ? Cela dépend-il de la position des pierres initiales ?
- Même question pour 3 pierres de valeur 1 et généralisation à N pierres de valeur 1. Existe-t-il des nombres pour lesquels on arrive à poser un nombre infini de pierres ? Pouvez-vous prouver votre réponse ?

Dans le cas du jeu à deux joueurs :

- quelle est la meilleure stratégie pour un nombre N de pierres initiales ?
- Pour les configurations où le nombre maximal de pierres est fini, je propose la nouvelle règle qui autorise le joueur bloqué à placer une nouvelle pierre de valeur 1, afin de pouvoir placer sa pierre. Est-ce une bonne règle ? (le jeu s'arrête-t-il ou bien est-ce que cela permet toujours de débloquer le jeu?)