

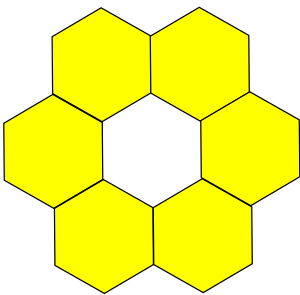
Sujets Maths en Jeans 2019/2020

Yohann Le Floch, Xiaolin Zeng (IRMA)

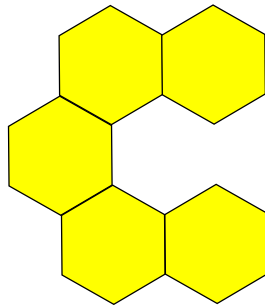
1 La ruche

On veut construire la surface d'une ruche à l'aide d'alvéoles hexagonales, en laissant des trous pour que les abeilles puissent rentrer. Les règles sont les suivantes :

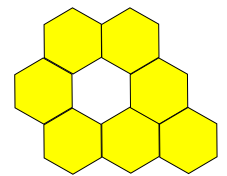
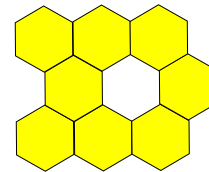
- la ruche doit être d'un seul tenant (on ne peut pas avoir deux bouts de ruches séparés),
- un trou correspond à un emplacement d'alvéole vide,
- un trou doit forcément être entouré par les six alvéoles voisines.



(a) Un trou parfaitement valide.



(b) Pas un trou : il manque une voisine.



(c) Ruche non valide (pas d'un seul tenant).

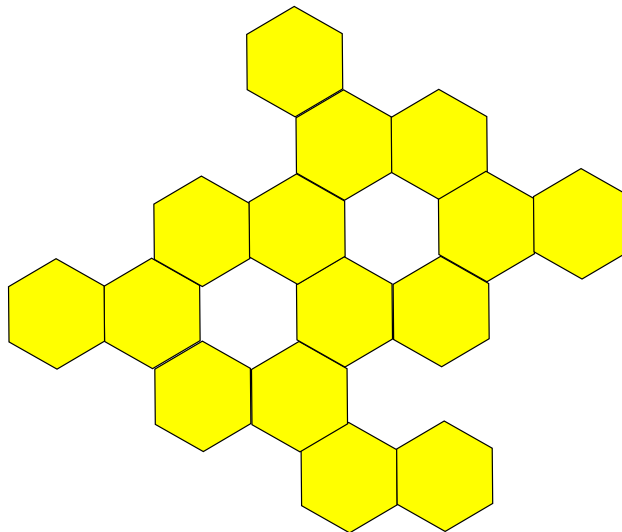


FIGURE 2 – Un exemple de ruche à deux trous.

On veut faire ceci en utilisant le moins d'alvéoles possibles. De combien d'alvéoles a-t-on besoin en fonction du nombre de trous voulus ?

2 La réunion

Des personnes quittent la salle où elles étaient en train de se réunir, selon le principe suivant : au début, la moitié du groupe s'en va (en partant du principe qu'une moitié de personne compte pour zéro personne). Puis le tiers des individus restants quitte la pièce (toujours selon le même principe : une fraction de personne n'est pas une personne). Ensuite, le quart des personnes restantes part, et ainsi de suite. Combien reste-t-il de personnes à la fin ?

3 Pièces de monnaie en coopération

Alice et Bob jouent au jeu coopératif suivant. Devant chacun d'eux sont disposées deux pièces de monnaie, ils sont séparés dans deux pièces différentes et n'ont aucun moyen de communiquer entre eux. Chacun doit lancer toutes ses pièces de monnaie devant lui pour obtenir une suite de piles et faces, puis chacun doit choisir une pièce de monnaie de l'autre (en désignant un nombre : 1 ou 2). S'il se trouve que chacun a désigné une pièce tombée sur pile, ils gagnent, sinon ils perdent. Ils peuvent discuter avant le jeu ; le but est de trouver une stratégie qui maximise la probabilité de gagner.

4 L'addition anonyme

Trois amis mangent au restaurant ; à la fin du repas, le serveur les informe que quelqu'un a payé leur addition de façon anonyme. Ils respectent tous le droit de payer un repas de manière anonyme, mais ils veulent quand même savoir si c'est l'un d'entre eux ou quelqu'un d'autre qui a réglé la note. Existe-t-il un moyen de le savoir, en ne demandant à personne, et en garantissant qu'aucun d'entre eux ne pourrait deviner qui a payé ?