

Sujets 19-20 MATH.en.JEANS

François Goichot

août - septembre 2019



1/ La puce savante

Max a dressé une puce et lui a appris à compter - elle sait additionner jusqu'à 100 - et un peu de géométrie. Si Max lui demande "7 et 5 ?", elle répond en sautant 12 fois de suite - tous ses sauts font précisément 10 cm - de façon que ses points de chute soient tous sur un même carré, et à ce que le dernier saut la fasse revenir à son point de départ.

Max peut-il lui poser n'importe quelle addition ?

Pour chaque addition possible, quelle sera la longueur du côté du carré obtenu ?

2/ Diviseurs et coloriage

Dans le réseau \mathbb{N}^2 , on place en (m, n) un carré noir de côté $\frac{1}{2}$, si et seulement si m et n sont premiers entre eux. Quels sont les motifs qui apparaissent ? Peut-on voir des carrés de taille aussi grande qu'on veut ? Pour les carrés $k \times k$, quels sont les motifs possibles ? Peut-on prévoir comment ils se répéteront ?

[pour fin de collège : divisibilité et nombres premiers étant vus, il sera facile d'expliquer ce que sont deux nombres premiers entre eux]

3/ Deux-mille-vingt

On range dans un tableau tous les nombres, de la façon suivante :

1	2	3	6	9	14	19	...
	4	5	8	11	16
		7	10	13
			12	15
				17

c'est-à-dire que

- dans la première colonne, on place le premier nombre impair,
- dans la deuxième, les deux premiers nombres pairs,
- dans la troisième, les trois impairs suivants,
- dans la quatrième, les quatre pairs suivants, etc.

Quels sont les nombres à gauche et à droite de 2020 ? de 20202020 ?

4/ La palissade

On a un jardin carré entouré d'immeubles sur tous les côtés. Les habitants de chacun des côtés ne veulent plus voir ceux des trois autres côtés, il faut donc bâtir une palissade. Mais ils veulent payer pour cela le moins possible. Quelle forme faut-il donner à la palissade ? Elle peut être en plusieurs morceaux.

5/ Divisibles par morceaux

- a) Un entier N s'écrit avec les chiffres 1, 2 et 3 chacun une et une seule fois, dans un certain ordre. Pour $k = 2$ et $k = 3$, le nombre formé par les k premiers chiffres de N (premiers en commençant par la gauche) est divisible par k . Déterminer N .
- b) Un entier N s'écrit avec les chiffres 1, 2, 3 et 4 chacun une et une seule fois, dans un certain ordre. Pour k de 2 à 4, le nombre formé par les k premiers chiffres de N est divisible par k . Déterminer N .
- c) Un entier N s'écrit avec les chiffres de 1 à 6 chacun une et une seule fois, dans un certain ordre. Pour k de 2 à 6, le nombre formé par les k premiers chiffres de N est divisible par k . Déterminer N .
- d) Un entier N s'écrit avec les chiffres de 1 à 8 chacun une et une seule fois, dans un certain ordre. Pour k de 2 à 8, le nombre formé par les k premiers chiffres de N est divisible par k . Déterminer N .

(et de même pour les cas intermédiaires et de 1 à 9)

[collège au début, lycée pour les derniers cas]

