

SUJET 6 **Constructions géométriques made in Japan (Tous niveaux)**

PRÉSENTATION ET QUESTIONS

Dans un repère du plan, à partir de points donnés, on peut construire, en utilisant uniquement la règle (non graduée) et le compas d'autres points.

Autrement dit, en construisant successivement des intersections de cercles et droites, on peut construire un nouveau point $P(x_P; y_P)$ à partir de points donnés.

Cependant, certains points ne peuvent pas être construits. Par exemple si l'on prend tous les points de coordonnées des nombres rationnels, il est impossible de construire un point dont l'abscisse ou l'ordonnée est $\sqrt[3]{2}$.

D'un autre côté, si l'on prend une feuille de papier, on peut réaliser différentes constructions par pliage : c'est l'origami.

Ainsi, on peut obtenir une droite (ligne issue d'un pliage), un point (intersection de deux pliages) puis en faisant correspondre (par pliage) certaines droites ou/et certains points, obtenir de nouveaux points $Q(x_Q; y_Q)$ (le repère peut être défini par deux pliages et les unités sur chaque axe par deux pliages supplémentaires).

Le but de ce sujet est de déterminer quels points Q est constructible par pliage (i.e. quelles valeurs x_Q et y_Q peuvent être construit par pliage) ?

Il s'agira aussi d'indiquer si l'origami est plus "puissante" que la règle et le compas et bien sûr on se demandera si l'on peut construire $\sqrt[3]{2}$?