

2 Histoire de nœuds

Ewen cherche à faire un tour de magie : il veut faire un nœud avec une corde, puis simplement tirer sur les extrémités pour défaire le nœud. Il commence par des essais.

Il fait un nœud, pose sa corde à plat et donne un nom (A, B, C, \dots) à chaque croisement de la corde. Il parcourt ensuite la corde de gauche à droite en notant l'ordre dans lequel il passe par les croisements, et ajoute à chaque lettre un $+$ si la corde passe sur elle-même, et un $-$ si elle passe sous elle-même. Il obtient ainsi un mot.

Par exemple, avec le nœud ci-dessous il obtient $A^+B^+C^-D^+B^-C^+D^-A^-$.

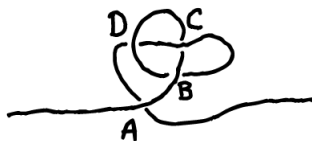


FIGURE 2 – Un exemple de nœud.

- ▷ Étant donné un mot, comment construire un nœud associé à ce mot ? Y-a-t-il des mots impossibles à obtenir ?

Un nœud est dit trivial si lorsqu'on tire sur ses extrémités il se défait entièrement. Ainsi, Ewen souhaite faire un nœud trivial pour son tour de magie.

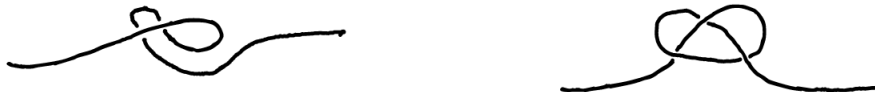


FIGURE 3 – Un nœud trivial (gauche) et non-trivial (droite).

- ▷ Peut-on savoir avec les mots si un nœud est trivial ?
- ▷ La corde d'Ewen est comme ci-dessous. Réussira-t-il son tour de magie ?

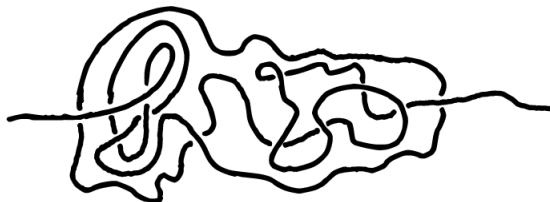


FIGURE 4 – Le nœud d'Ewen.