

# Les fêtes de Monsieur Ramsey



Monsieur Ramsey souhaite organiser plusieurs fêtes et veut s'assurer que ses invités soient satisfaits.

Nous adoptons le principe suivant : deux invités à la fête se connaissent mutuellement ou bien ne se connaissent pas du tout. Pour l'instant, nous ne considérons pas le cas où une personne A connaît B sans que cela soit réciproque.

**Première mission: Organiser une fête ayant des groupes d'amis ou bien des groupes d'inconnus.**

Lors de sa première fête, M. Ramsey souhaite garantir l'une des deux situations suivantes :

1. Un groupe de trois personnes qui se connaissent toutes entre elles.
2. Un groupe de trois personnes qui ne se connaissent pas du tout entre elles.

Combien de personnes M. Ramsey devra inviter pour s'assurer qu'une de ces deux situations se produise ?

**Deuxième mission: Organiser une fête ayant des stars ou des timides**

Une personne est appelée une  $k$ -star si elle connaît au moins  $k$  personnes de la fête.

Une personne est appelée une  $k$ -timide s'il y a au moins  $k$  personnes qu'elle ne connaît pas dans la fête.

Lors de sa deuxième fête, M. Ramsey souhaite s'assurer qu'il y ait au moins une 3-star ou une 3-timide présente. Combien de personnes M. Ramsey devra-t-il inviter pour s'assurer de cela ?

**Organiser une fête avec des connaissances cycliques**

Une configuration du type  $4$ -connaissances en cycle est formée par quatre personnes A,B,C,D telles que

*A connaît B, B connaît C, C connaît D et D connaît A*

Notez qu'on ne demande pas qu'A et C se connaissent.

Une configuration du type *4-inconnus en cycle* est formée par quatre personnes A,B,C,D telles que

*A ne connaît pas B, B ne connaît pas C, C ne connaît pas D et D ne connaît pas A.*

Pour sa troisième fête, il faut aider M. Ramsey à trouver combien de personnes il doit inviter pour s'assurer d'avoir ou bien une configuration de 4-connaissances en cycle ou bien de 4-inconnus en cycle.

**Vous pouvez jouer un peu avec ces problèmes et en inventer de nouveaux !**