

En France, on donne le nom de Triangle de Pascal à la figure suivante (qui est connue en Chine depuis le début de notre ère), où chaque nombre est la somme de deux de ses voisins : son voisin du dessus, et le voisin à gauche du voisin du dessus :

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & & & & & & & & & & \\ 1 & 1 & & & & & & & & & \\ 1 & 2 & 1 & & & & & & & & \\ 1 & 3 & 3 & 1 & & & & & & & \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & & & & \\ 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & & & & \\ 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 & & & & \\ & & \binom{5}{2} & = & 10 = & 4 + 6 = & \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & & & & & & & & & & & & & & \\ 1 & 1 & & & & & & & & & & & & & \\ 1 & 2 & 1 & & & & & & & & & & & & \\ 1 & 3 & 3 & 1 & & & & & & & & & & & \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & & & & & & & & \\ 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & & & & & & & & \\ 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 & & & & & & & & \\ & & \text{Tous les voisins de } & \binom{5}{2} \end{array}$$

Il arrive que deux voisins aient même valeur (on voit une solution sur la figure). Quand exactement cela se produit-il ?

L'article <https://fr.wikipedia.org/wiki/Factorielle> indique comment étendre la fonction Factorielle des entiers naturels à tous les réels (et même les complexes). Cela permet-il de généraliser la question ?