

Sujet 1 : Les tas de pierres

• **1ère étape :**

Des tas de pierres sont alignés dans un champ. On veut nettoyer ce champ en enlevant toutes les pierres.

Règles :

- Pour nettoyer un emplacement, on prend toutes les pierres du tas de cet emplacement et on en met la moitié sur le tas voisin à gauche, l'autre moitié sur le tas voisin à droite. Si le nombre de pierres est impair, on choisit sur quel tas en mettre une de plus.
- Si l'emplacement est à une extrémité du champ, la moitié des pierres sort du champ.

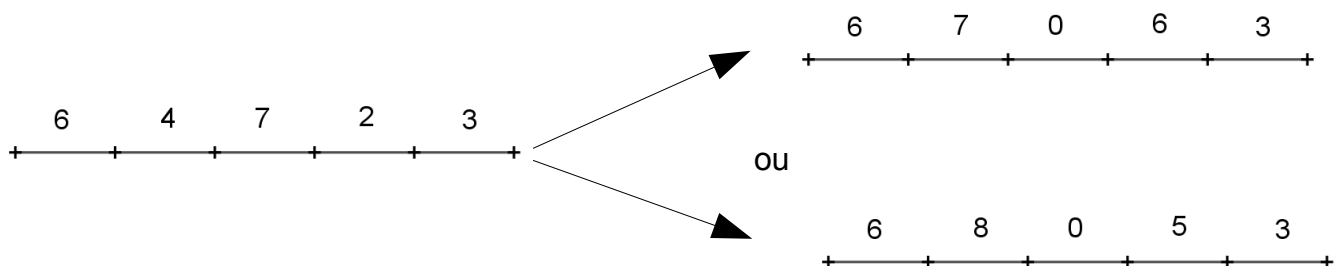
Variante : Si l'emplacement est à une extrémité du champ, on remet toutes les pierres de ce tas sur le tas voisin.

Exemples :

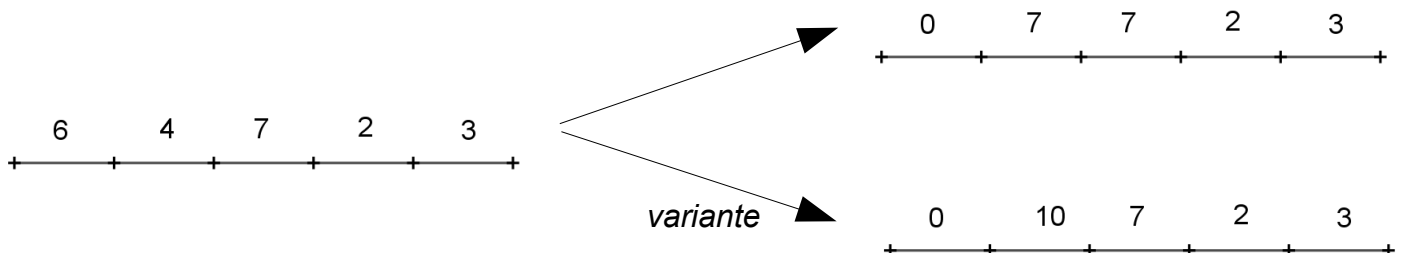
5 tas de pierres, on nettoie le 2ème emplacement :



5 tas de pierres, on nettoie le 3ème emplacement :



5 tas de pierres, on nettoie le 1er emplacement :

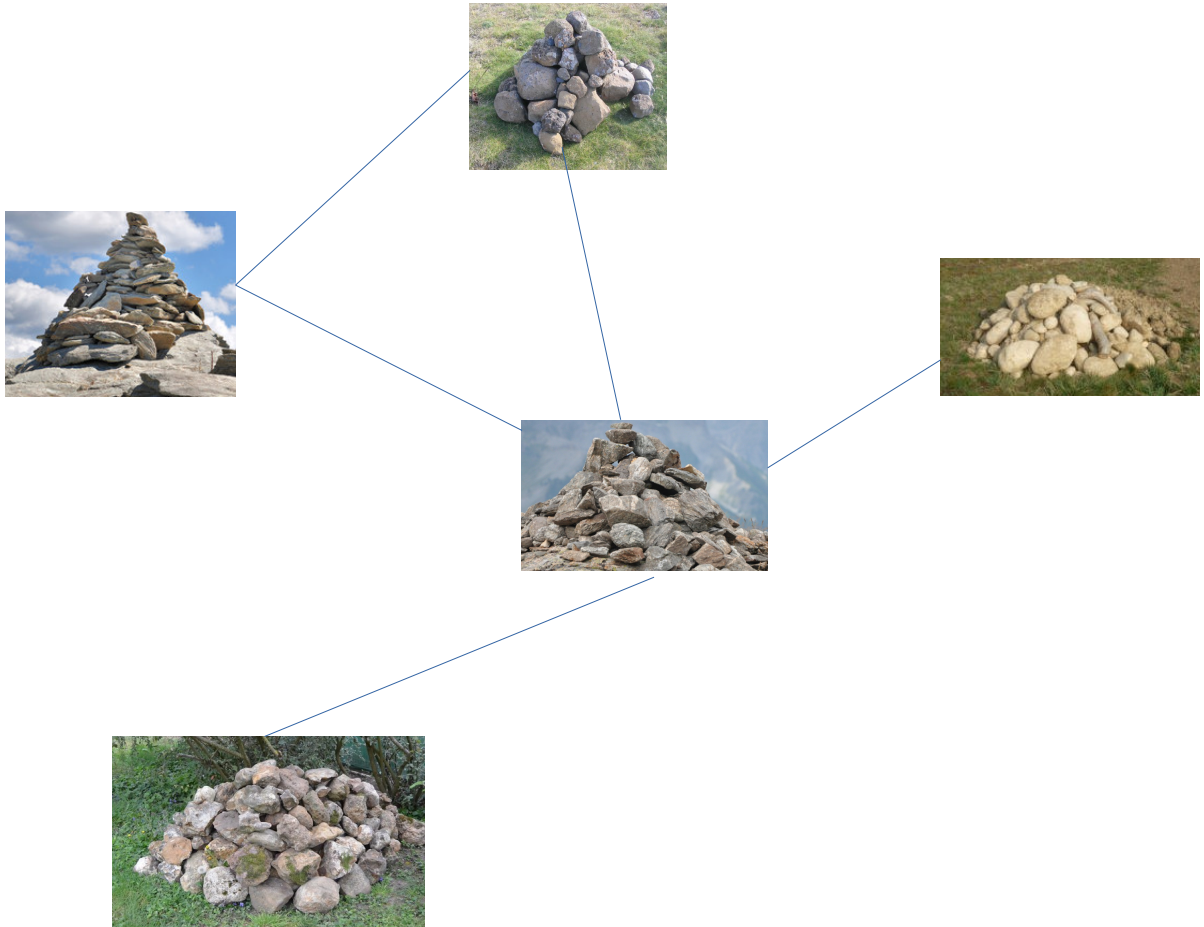


Questions :

Est-il possible, quelque soit le nombre de tas, le nombre de pierres, de vider totalement ce champ de ses pierres ? Sinon, combien d'emplacements libres au maximum peut-on obtenir ?

- 2ème étape :

Les tas ne sont plus alignés, mais reliés par des chemins. Pour nettoyer un emplacement, on prend toutes les pierres du tas de cet emplacement et on les répartit « le plus équitablement possible » sur les tas voisins.



Questions :

Est-il possible, quelque soit le nombre de tas, le nombre de pierres, de vider totalement ce champ de ses pierres ? Sinon, combien d'emplacements libres au maximum peut-on obtenir ?

Sujet 2 : Les tas de sable

On remplace les tas de pierres par des tas de sable d'un certain volume. On imagine que les grains de sable sont infiniment petits, il est toujours possible de partager un tas de sable en plusieurs tas.

Questions :

Mêmes règles, mêmes questions que pour les tas de pierres !