

## Un quotient

Étant donné un polygône  $\mathcal{P}$ , on va s'intéresser à la quantité suivante :

$$q(\mathcal{P}) = \frac{(\text{périmètre de } \mathcal{P})^2}{\text{aire de } \mathcal{P}}.$$

- (1) Combien vaut  $q(\mathcal{P})$  quand  $\mathcal{P}$  est un rectangle de côtés  $a$  et  $b$ ? Est-ce que  $q(\mathcal{P})$  peut être aussi grand qu'on veut? Y a-t-il une plus petite valeur possible?
- (2) Y a-t-il une plus petite valeur possible pour  $q(\mathcal{P})$  quand  $\mathcal{P}$  est un triangle?
- (3) Demandez à votre logiciel de géométrie préféré de calculer  $q(\mathcal{P})$  quand  $\mathcal{P}$  est un polygone régulier à 5, 6, 7, 10, 50, 100, 200, 500, 1000 côtés. Voyez vous apparaitre une "valeur limite"? Comment se situe  $q(\mathcal{P})$  par rapport à cette valeur limite?
- (4) Pouvez-vous démontrer ce que vous avez observé "expérimentalement"?
- (5) Pouvez-vous montrer que pour n'importe quel polygône,  $q(\mathcal{P})$  est toujours plus grand que la valeur limite que vous avez identifiée?