

Sujets MATH.en.JEANS du lycée Carnot 2024-2025

Ariane Martin

ARIANE.MARTIN@ENS-PARIS-SACLAY.FR

Alexandre Débarbouillé

ALEXANDRE.DEBARBOUILLE@ISAE-SUPMECA.FR

1 Faire le plein au moment opportun

Charles prend sa voiture depuis Dijon pour se rendre à Paris, situé à 300 km. Avant de partir, il fait le plein d'essence, mais il sait qu'il ne pourra rouler que 200 km. Sur son trajet, tous les 20 km, il pourra se rendre à une station d'essence pour remplir, comme il le souhaite, son véhicule de carburant. Cependant, les prix de chaque station ne sont pas les mêmes et Charles aimerait économiser sur ses dépenses.

- Quelles stratégies conseilleriez-vous à Charles pour économiser à la pompe ?
- Comment vos conseils évoluent-ils si l'on prend en compte le trajet retour ?
- De même, si Charles souhaite avoir le réservoir de sa voiture le plus rempli possible à l'arrivée ?
- Charles a changé de voiture pour un modèle plus grand avec une plus grande autonomie. Il peut alors parcourir 300 km avec un plein et décide de faire un voyage à travers l'Europe depuis Porto jusqu'à Athènes (soit 3500 km). Conseilleriez-vous les mêmes stratégies que dans le cas précédent ?
- ...

Grandeurs indicatives : Charles roule à 100 km/h en moyenne et consomme 5 L/100 km. Le réservoir de sa voiture est de 10 litres.

2 Goutte pointue

Lorsqu'on place une goutte d'eau sur une surface gelée, la goutte va progressivement se changer en glace, et le haut de la goutte d'eau va former une pointe (figure 1). Peut-on expliquer ce phénomène ?



(a) Goutte non gelée (ronde)



(b) Goutte gelée (pointue)

Figure 1: Gel d'une goutte d'eau

Pour aller plus loin, nous pouvons nous poser les questions suivantes :

- Si l'on place la goutte sur une surface hydrophobe, celle-ci prendra la forme d'une sphère. Comment cela va influencer la formation du cône ?
- Imaginons qu'au lieu de placer une simple goutte ronde, on forme un petit trait d'eau. Que se passera-t-il lorsqu'il gèlera ? Et pour un "L" ou un "O" ?
- ...

3 Le chat et la souris

Une souris se trouve sur un échiquier infini et tente d'échapper à un chat. La souris peut se déplacer sur l'une des cases entourant la case où elle se trouve. Cependant à chaque fois que la souris avance d'une case, le chat va bloquer une des cases de l'échiquier de sorte à ce que la souris ne puisse plus jamais y aller. Si la souris se retrouve encerclée par des cases bloquées, alors elle est capturée par le chat.

- Est-ce possible pour le chat de capturer la souris ? Si oui, avec quelle stratégie ?
- La souris peut-elle s'échapper indéfiniment ? Si oui, comment ?
- Que se passerait-il si le chat pouvait bloquer 2 cases à chaque mouvement de la souris ? Et si la souris pouvait se déplacer de 4 cases ?
- Et si le problème concernait un moustique et une chauve-souris sur une grille en 3D ?
- ...

4 Avoir le cœur au fond de sa tasse

Lorsque l'on place une source de lumière au-dessus du bord de la tasse, il est alors possible d'observer une figure qui ressemble à un cœur (Figure 2). Les trajectoires des rayons se réfléchissant sur les parois sont alors visibles au fond de la tasse.



Figure 2: Cœur au fond d'une tasse (photo prise par Alexandre)

- Dans un premier temps, nous aimerions comprendre comment cette figure se construit. En assimilant la tasse à un cercle, peut-on expliquer l'apparition de cette figure ?
- On cherche maintenant à former cette figure avec uniquement un compas et une équerre, comment peut-t-on y arriver ?
- Et si nous n'avions finalement qu'un compas... ?
- Peut-t-on trouver d'autres manières de tracer cette figure ?
- Les méthodes trouvées durant ces recherches permettent-elles de tracer d'autres figures particulières ?
- Nous pouvons également nous demander ce qu'il se passerait si on reproduisait l'expérience avec une forme de tasse différente (ovale, carrée,...)
- ...