

Sujet 1 : L'éternelle fortune

Exposé- 2 élèves

On dispose d'un nombre fini de pièces d'or, initialement réparties en un nombre fini de tas. On modifie la répartition de la façon suivante : on retire une pièce d'or dans chaque tas et les pièces retirées forment alors un nouveau tas. Par exemple, une fortune initiale à 7 pièces d'or répartie en 3 tas de la forme $2 - 2 - 3$ (c'est-à-dire contenant respectivement 2, 2 et 3 pièces d'or) sera transformée en $1 - 1 - 2 - 3$ tandis qu'une fortune initiale à 10 pièces d'or répartie en 4 tas de la forme $1-3-3-3$ (c'est-à-dire contenant respectivement 1, 3 et 3 et 3 pièces d'or) sera transformée en $2 - 2 - 2 - 4$. On répète ensuite l'opération précédente sur la répartition ainsi obtenue, et ainsi de suite. Cette procédure s'arrête-t-elle, et si oui, en quel sens ? Y a-t-il toujours une répartition finale des pièces d'or et combien de transformations sont nécessaires pour l'atteindre ?