

# Questions de temps

## Temps, lumière et mathématiques

Gérard Montseny

septembre 2019

## 1 Introduction

Si on sait depuis assez longtemps que la lumière voyage dans l'espace à une vitesse finie (certes grande devant les vitesses "humaines", mais ridiculement faible devant l'étendue de l'Univers), ce n'est que récemment (depuis la théorie d'Einstein, au début du XXème siècle) que l'on sait que cette vitesse est *indépassable*. La vitesse de la lumière dans le vide est une limite infranchissable, ce qui a des conséquences assez "dramatiques": il devient en particulier impossible de voyager dans un autre système solaire ou encore d'avoir une conversation avec un habitant de la galaxie d'Andromède... Mais ce n'est pas cet aspect des choses qui nous intéresse ici.

Or cette indépassabilité de la vitesse de la lumière n'est en aucun cas une donnée expérimentale, mais tout simplement (et de manière bien plus sévère!) une *conséquence mathématique* d'un fait d'apparence bien plus anodine et *imposé, quant lui, par l'expérience*:

*la vitesse  $c$  de la lumière<sup>1</sup> est constante quel que soit le référentiel dans lequel cette vitesse est mesurée.*

C'est en effet de cette seule<sup>2</sup> et curieuse propriété de la lumière (que la nature nous impose) que va découler, par la seule analyse mathématique, la théorie de la relativité d'Einstein, théorie qui elle-même exhibe partout dans ses équations cette impossibilité absolue, pour tout objet matériel, de dépasser (ou même d'atteindre) la vitesse  $c$  de la lumière.

C'est là l'objet de cette étude: montrer, à partir de cette propriété de la nature, si *simple* à énoncer<sup>3</sup>, et de la *seule analyse mathématique*, que la théorie de la Relativité Restreinte d'Einstein (et donc également ses conséquences) découle d'un *théorème* simple, qu'on va ici s'attacher à démontrer. Ce théorème concerne essentiellement le temps, plus précisément le lien intime qu'entretiennent le temps et l'espace et qui a conduit à la notion nouvelle d'*espace-temps*.

Mais bien évidemment, il va être nécessaire de bien assimiler auparavant certaines notions générales, universelles et indispensables:

- tout d'abord, la notion de **référentiel inertiel** (ou galiléen), qui constitue le cadre géométrique fondamental pour décrire les lois de la nature;
- ensuite ce qu'est la **relativité** en tant que *principe fondamental* s'appuyant sur la notion de référentiel, principe bien antérieur à la théorie de la relativité d'Einstein et sans lequel toute la physique s'écroulerait;
- enfin, certaines notions "mieux connues", comme la vitesse, le **temps**, les observateurs, etc., seront précisées, de sorte qu'aucune ambiguïté ne puisse subsister.

Une fois ces notions bien comprises et assimilées, on sera ainsi amené à considérer les deux "postulats" suivants imposés par l'expérience:

principe de relativité,  
+  
invariance de la vitesse de la lumière dans le vide,

---

<sup>1</sup>Dans le vide.

<sup>2</sup>Avec toutefois quelques autres "postulats" bien "naturels".

<sup>3</sup>On verra plus loin à quel point cette propriété est pourtant choquante et parfaitement contraire à nos intuitions premières!

et l'analyse nous conduira alors *sans aucune autre alternative possible* à la conclusion: contrairement à ce que nous suggèrent nos préjugés, *le temps n'est pas absolu*, mais *dépend au contraire de la vitesse relative* entre des observateurs différents. En outre, cette "relativité du temps" sera exprimée selon une formule mathématique simple qui montre immédiatement que la vitesses de la lumière  $c$  est une limite indépassable pour tout objet matériel.

La partie la plus essentielle de la Relativité Restreinte sera ainsi mise en évidence de façon à la fois très simple, complète et originale; la suite consistera à développer l'analyse de manière à approfondir la théorie et ses conséquences.

## 2 Quelques notions de base

Les physiciens ont rencontré dans la seconde moitié du XIXème siècle de nombreux et difficiles problèmes, du fait que la lumière se comportait non pas comme des particules matérielles (minuscules), comme on l'avait cru dans un premier temps, mais comme des *ondes*. La lumière est une onde qui se propage dans l'espace et comme toute onde, elle "nécessite" (à priori) un milieu matériel pour sa propagation. Ce milieu supposé a été baptisé "éther luminifère". Cependant, les propriétés physiques de ce milieu restaient bien mystérieuses et même contradictoires. Il devait être présent partout, être à la fois extrêmement dur pour que la propagation des ondes y soit si rapide (300 000 km/s), mais en même temps parfaitement fluide et léger pour ne pas influencer ou gêner le déplacement des objets dans l'espace. En outre, toutes les tentatives pour essayer d'en mesurer les caractéristiques se sont soldées par un échec. L'éther était donc un milieu à la fois "nécessaire" pour que des ondes puissent se propager en son sein, mais en même temps totalement impossible à appréhender, totalement insaisissable... comme s'il n'existait pas!

Les choses se sont vraiment gâtées lorsqu'on a pu établir de façon certaine, grâce à des expériences physiques ultra précises, que contrairement à ce que la physique de l'époque imposait, à savoir la relativité de la vitesse des objets en fonction de l'observateur, la vitesse de la lumière restait obstinément la même quel que soit l'observateur, ce qui était en contradiction totale avec les lois de la mécanique... voire avec l'hypothèse de cet éther insaisissable qui semblait pourtant incontournable: car s'il y avait un éther matériel, sa vitesse par rapport à un observateur devait être une quantité bien définie et elle ne pouvait donc pas être la même quel que soit l'observateur, et donc de même pour la vitesse de la lumière!

Cela a provoqué une crise majeure chez les physiciens de l'époque. On va dans un premier temps essayer de comprendre pourquoi de façon plus rigoureuse. Pour cela, il faut tout d'abord assimiler quelques notions indispensables à une bonne compréhension des choses.

- **référentiel inertiel** La notion de *référentiel inertiel* (ou *référentiel galiléen*, ou plus simplement *référentiel*) est fondamentale car toute la physique est bâtie sur cette notion. Un référentiel inertiel est un système de coordonnées de l'espace et du temps qui présente la propriété que *tout objet immobile dans ce système le reste indéfiniment s'il n'est soumis à aucune force ou autre interaction*. Un référentiel inertiel est par exemple un système de coordonnées définie par les 3 arêtes dans un coin d'un vaisseau spatial en croisière (moteurs arrêtés) associées à une horloge dans ce même vaisseau pour mesurer le temps. Dans un tel référentiel, un objet lâché sans aucune vitesse initiale reste indéfiniment immobile (il n'y a aucune pesanteur, donc l'objet ne tombe pas).

Un autre vaisseau spatial qui croiserait le premier avec une vitesse constante (vitesse d'un vaisseau par rapport à l'autre) est un autre référentiel inertiel, animé d'une vitesse *relative*  $v$  par rapport au premier. Pour chacun des observateurs dans ces référentiels, il est possible de faire des expériences et de tracer par exemple des trajectoires en fonction du temps. Chaque observateur peut ainsi développer sa propre physique et pour chacun d'eux, *un objet immobile le reste s'il est libre de toute interaction*.

Il est utile de donner un exemple de référentiel non inertiel: pour le même vaisseau spatial mais cette fois avec les moteurs allumés, le référentiel n'est plus inertiel car il est *accélééré*: un objet lâché sans vitesse initiale va se déplacer spontanément vers l'arrière dans le vaisseau, exactement comme on a tendance à partir vers l'avant lorsque le bus donne un coup de frein.

Un système de coordonnées défini par les arêtes d'un coin d'un laboratoire fixé sur la Terre n'est pas, en revanche, un référentiel inertiel, puisque qu'un objet lâché tombe spontanément sous l'effet de la pesanteur. Cependant, *si on ne considère que les mouvement horizontaux*, sur une table

par exemple, alors on peut néanmoins considérer que ce référentiel est inertiel concernant cette seule classe de mouvements. De même, si on ne s'intéresse qu'aux vitesses horizontales, un train animé d'une vitesse constante peut également être considéré comme un autre référentiel inertiel, en mouvement à la vitesse  $v$  par rapport à un référentiel lié à la Terre.

- **principe de relativité** Le principe de *relativité* stipule que *la physique est la même pour tout observateur dans tout référentiel inertiel*: les lois qui gouvernent les mouvements, notamment, sont les mêmes. En outre, les lois de la physique sont *les plus simples* dans un référentiel inertiel.

Dit autrement: tous les référentiels inertiels sont équivalents pour décrire les lois de la physique (aucun n'est privilégié).

Or ce principe de relativité a été mis à mal lorsqu'on a dû introduire la notion d'éther pour expliquer les propriétés de la lumière; en effet, s'il y a un éther, il y a des référentiels privilégiés: ceux pour lesquels l'éther est immobile (mais le principe de relativité reprendra tous ses droits avec... la relativité restreinte!).

Le principe de relativité est une constatation d'une propriété de la nature. Si cette propriété n'avait pas lieu, si les lois de la physique devaient changer en fonction du lieu où l'on se trouve et de la vitesse relative à laquelle se déplacent les référentiels les uns par rapport aux autres, l'élaboration de la physique aurait probablement été impossible. Ce principe est tellement important qu'il fait partie des propriétés indispensables que devra vérifier toute *théorie* de la physique.

Bien avant la relativité d'Einstein, ce principe, qui a été mis en évidence par Galilée (d'où le nom de *relativité galiléenne* donné à l'ancienne relativité de la physique), induit quantité de conséquences qui sont à la base de la mécanique newtonienne. Il sera repris évidemment par Einstein pour élaborer la théorie de la Relativité qui porte son nom, laissant souvent croire, à tort, que c'est Einstein qui a introduit ce principe.

- **Additivité des vitesses** Imaginons deux référentiels en mouvement uniforme de vitesse  $v$  l'un par rapport à l'autre, par exemple un référentiel lié à un train qui se déplace à la vitesse  $v = 100$  km/h par rapport à un autre référentiel lié à la gare devant laquelle passe le train. Dans ce train, un individu jette vers l'avant du train une balle avec une vitesse  $v_1 = 20$  km/h. Il s'agit là de *la vitesse de la balle dans le référentiel du train*. Mais l'observateur immobile dans la gare voit cette balle se déplacer *par rapport à lui* à la vitesse  $v'_1 = 100 + 20 = 120$  km/h: les vitesses s'additionnent. C'est là une conséquence du principe de relativité galiléenne.

On doit commencer à comprendre maintenant en quoi la propriété d'invariance de la vitesse de la lumière est si "anormale": si l'individu dans le train allume cette fois une lampe torche en direction de l'avant et si pour cet individu la lumière file devant lui à la vitesse  $c$ , alors, de même que pour une balle de tennis, la lumière devrait avoir, pour l'observateur immobile dans la gare, la vitesse  $c' = c + 20$  km/h. Or ce n'est pas le cas: pour l'observateur de la gare, *la même lumière avance également à la vitesse*<sup>4</sup>  $c = 299\,792\,458$  m/s. C'est ce que nous disent toutes les expériences, même les plus précises, réalisées à ce jour.

Cela signifie que la lumière ne se comporte pas correctement *en regard des lois de la mécanique!* Mais comme on ne peut malheureusement pas changer la nature, il faut modifier la physique elle-même, puisque son objectif est précisément de décrire correctement la nature au moyen d'équations mathématiques. C'est là que la situation se corse: il va être nécessaire, compte tenu de la profondeur de ce paradoxe, de revoir également en profondeur certaines notions élémentaires, qui sous-tendent la physique, en premier lieu la notion de *temps*. Autrement dit, il faut analyser et distiguer ce qui, dans les notions qu'on manipule au quotidien, est objectif et sûr de ce qui n'est peut-être que le résultat de *préjugés* qui nous induisent en erreur lorsqu'on a affaire à des phénomènes mettant en jeu des vitesses très supérieures à ce qu'on a l'habitude de considérer au quotidien.

C'est à Einstein<sup>5</sup> que revient le mérite d'avoir le premier remis en cause la *relativité galiléenne* en refondant complètement les notions de *temps* et d'*espace* qu'on prenait jusqu'alors pour des *absolus*,

---

<sup>4</sup>La vitesse de la lumière dans le vide (quel que soit le référentiel choisi) est désormais une des constantes fondamentales de la nature, mesurée avec une très grande précision.

<sup>5</sup>Einstein est cependant loin d'être le seul à avoir bâti cette nouvelle théorie de la relativité: on peut citer en particulier les noms de Lorentz et, surtout, Poincaré qui a établi le cadre mathématique de la RR de façon complète. Mais c'est bien Einstein qui a eu "l'audace" de remettre clairement en cause le cadre de la mécanique de Newton, donnant le point de départ de la nouvelle physique.

alors qu'ils étaient "relatifs" l'un envers l'autre, le nouvel absolu de la physique étant l'*espace-temps dans son ensemble*.

- **Temps absolu de l'ancienne physique** A l'échelle humaine, le temps est une notion première que chacun perçoit intuitivement sans trop savoir ce que c'est exactement: il est difficile de définir précisément ce qu'est le temps. En outre, ce temps semble présenter un caractère absolu: il semble être le même et immuable pour tout le monde, en tout lieu de la Terre, et, par extension de l'Univers. C'est pour cette raison qu'il a longtemps été considéré comme un absolu par les physiciens. Or si on prend la peine d'y réfléchir un peu, rien a priori n'impose ce caractère absolu, si ce n'est peut-être la possibilité de communications instantanées entre les êtres humains ou les objets "voisins" (et donc animés de vitesses très petites devant celle de la lumière). En effet, si dire "*à cet instant, Pierre est en train de dormir*" a un sens tant qu'on reste sur terre, c'est simplement parce qu'on a la possibilité de le vérifier, en lui téléphonant par exemple (ce qu'il risque de ne pas apprécier!). En revanche, la même phrase concernant cette fois un individu situé dans une autre galaxie, a-t-elle encore un sens, dans la mesure où il est impossible de communiquer avec lui<sup>6</sup>?

Autrement dit, cette impression d'absolu du temps n'est peut-être que la conséquence du fait que nous sommes *habitués* à ce que la lumière, qui véhicule la plupart des informations qui nous parviennent à chaque instant, de par son extrême rapidité, nous apparaisse comme se propageant *instantanément*, donc à vitesse infinie. *De cette instantanéité apparente découle l'absolu apparent du temps*. Mais dès que les distances (ou les vitesses<sup>7</sup>) en jeu sont importantes, cette apparence d'absolu commence à s'estomper: car plus *rien* (hormis le confort intellectuel!) n'impose alors, a priori, au temps d'être le même (et en particulier de s'écouler à la même vitesse) en tout lieu de l'Univers, c'est à dire dans tout référentiel inertiel. En fait: à ce stade, on n'en sait rien! Et donc il faudra se garder de succomber à un tel préjugé et considérer uniquement des temps dont on soit sûr de l'*objectivité*: c'est la notion de *temps propre*, introduite plus loin, qui remplira cette condition d'objectivité: le temps propre associé à un phénomène se déroulant dans l'Univers sera le même pour tout observateur (c'est un *invariant*).

- **Univers** On appellera ici *Univers* l'espace et le temps considérés comme un tout. C'est en somme une sorte de cadre "géométrique" dans lequel la nature existe et évolue. Il est par "définition" le même pour tout observateur. L'univers ainsi défini sera plutôt appelé *espace-temps* lorsque la relativité restreinte sera introduite (le terme *univers* désignant alors l'espace-temps et tout ce qu'il contient).
- **Événement** Puisque le temps ne doit plus (car ne peut plus sans risquer une erreur) être considéré comme absolu, des phénomènes séparés par de grandes distances et semblant se produire "au même instant" pour un observateur donné, ne peuvent pas être considérés *a priori* comme objectivement simultanés pour tout observateur: il y a un risque d'erreur possible! Pour éviter de telles possibles erreurs, on considère la notion d'événement: un *événement* est simplement un *point de l'Univers*, qu'un observateur dans *son* référentiel repèrera au moyen de quatre coordonnées:  $(x, y, z, t)$ .

Cette définition très simple est néanmoins fondamentale: pour un autre observateur (dans un autre référentiel) ce *même* point sera repéré par d'autres coordonnées, en général différentes:  $(x', y', z', t')$ , mais il s'agit bien du *même* point de l'Univers: il n'y a aucune ambiguïté possible. Les événements sont donc des absolus de l'Univers et à ce titre, ils sont essentiels.

Physiquement, un événement pourra par exemple correspondre à la rencontre de deux objets (nécessairement en un même point de l'Univers!) ou encore à l'émission par une lampe d'un éclair lumineux (donc en un lieu et à un instant donné), etc.

- **Ligne d'univers** C'est une *ligne continue* (c'est à dire une trajectoire) dans l'univers, donc un ensemble d'événements reliant les deux événements correspondant aux extrémités de cette ligne. Puisque les événements sont des absolus, une trajectoire l'est également: une ligne d'univers est la même quel que soit l'observateur.

Cette notion va nous permettre de définir de façon précise et objective un processus à partir duquel il sera possible d'établir de manière rigoureuse (et simple!) les fondements de la relativité restreinte.

---

<sup>6</sup>Il faudrait des centaines de milliers d'années avant que les ondes radio transportant le message lui parviennent, puis nous reviennions pour nous apporter la réponse

<sup>7</sup>Des vitesses grandes induisent très vite de grandes distances!

Graphiquement, on représentera un ligne d'univers au moyen d'une courbe tracée dans un repère inertiel, un des axes pouvant représenter le temps (celui donné par l'horloge du référentiel inertiel dans lequel se trouve l'observateur qui réalise le graphique!).

Un objet ponctuel (ou de petites dimensions) se déplaçant durant le temps  $T$  mesuré par l'horloge du référentiel, correspondra ainsi à une certaine ligne d'univers, reliant l'événement de coordonnées  $(x_0, t_0)$  à l'événement de coordonnée  $(x_1, t_1 = t_0 + T)$  dans le référentiel inertiel du dessinateur. Cette ligne d'univers est la même pour tous les observateurs; mais dans un autre référentiel, cette ligne sera dessinée différemment, reliant les événements de coordonnées  $(x'_0, t'_0)$  et  $(x'_1, t'_1 = t'_0 + T')$  dans cet autre référentiel. Les mathématiques permettront alors d'effectuer des raisonnements et des calculs basés sur ces représentations graphiques.

- **Temps propre** Considérons un référentiel inertiel : son horloge (accrochée à un mur) sert à mesurer le temps qui s'écoule dans ce référentiel. Un objet se déplace dans ce référentiel en décrivant une certaine ligne d'univers et cette trajectoire est mesurée en fonction de l'espace et du temps repérés par le système de coordonnées de ce référentiel, en particulier son horloge. Cependant, si cet objet est lui-même doté d'une horloge qui se déplace avec lui, cette horloge indiquera un temps<sup>8</sup>  $\tau$  : c'est le temps propre associé à cette ligne d'univers.

*Le temps propre d'un objet en mouvement est celui de l'horloge qui se déplace avec cet objet.*

Le temps propre étant associé (en propre) à la ligne d'univers décrite par cet objet, c'est à nouveau une quantité absolue: il est le même quel que soit l'observateur de cet objet.

Il est ainsi possible de repérer, sur une ligne d'univers tracée dans n'importe quel référentiel, les instants propres correspondant par exemple à 1s, 2s, 3s, etc., donnés par l'horloge propre qui suit cette trajectoire. Le temps propre permet ainsi un repérage d'une ligne d'univers, exactement de la même manière qu'on peut repérer les distances sur une route: en ce sens, le temps propre permet de mesurer la longueur d'une ligne d'univers. Cette longueur (qui est en fait un temps) est un invariant (elle est donc la même pour tout observateur).

*Bien évidemment, rien n'impose que le temps propre soit le temps mesuré par l'horloge (fixe) du référentiel dans lequel est décrit l'objet mobile (et ce ne sera effectivement pas le cas).*

### 3 Travail à effectuer

La première partie du travail consistera à bien s'imprégner de la notion de *relativité galiléenne*, et de *référentiel inertiel* (ou galiléen) qui la sous-tend, ainsi que des autres notions précédemment introduites. En guise de mise en pratique le petit exercice suivant sera étudié en détails:

**Exercice 1** (*pas si facile!*) Une gerbe de "grains de lumière" est émise à un instant donné dans toutes les directions depuis une fusée animée d'une vitesse  $v$  proche de celle de la lumière. Dessiner les trajectoires de ces grains observées depuis la Terre a) dans le cas où la lumière vérifierait l'additivité des vitesses, b) dans le cas où la vitesse de la lumière est invariante. Commenter...

On abordera ensuite le problème fondamental de la mesure d'un temps en utilisant la lumière. En effet,  $c$  étant une quantité invariante, il est légitime de l'utiliser pour mesurer un temps à partir d'une distance  $d$  connue, en utilisant la relation:

$$t = \frac{d}{c}.$$

Le problème qu'on cherchera à résoudre est le suivant: que constatent deux observateurs attachés à deux référentiels inertiels animés l'un par rapport à l'autre d'une vitesse constante  $v < c$  lorsqu'ils utilisent la propriété ci-dessus pour mesurer le temps mis par un rayon de lumière pour parcourir une distance  $d$ ?

Il s'agira tout d'abord de définir les conditions que doit vérifier une expérience physique simple permettant une mesure de manière à ce que le résultat soit "réellement objectif" (attentions aux habitudes et aux préjugés!).

Une fois ce "protocole" solidement établi, il s'agira alors de déterminer, par des raisonnements simples (basés sur le théorème de Pythagore et quelques manipulations algébriques élémentaires), les distances

<sup>8</sup>Qu'à nouveau on ne doit pas supposer comme étant le même que  $t$ !

et les intervalles de temps considérés dans chacun des référentiels afin de déduire l'expression du temps en fonction de la distance  $d$  et de la vitesse relative  $v$ . La conclusion sera alors sans appel: le temps n'est plus absolu, mais dépend bel et bien de la vitesse relative des observateurs, selon une relation simple mais non triviale. On tirera ensuite les conclusions que suggère cette relation (notamment que  $c$  est une vitesse inépassable).

Dans la seconde partie du travail, on établira de même les formules concernant cette fois les mesures de distances. On découvrira finalement qu'un nouvel absolu se dégage de la propriété d'invariance de  $c$ : cet absolu n'est ni le temps ni l'espace, mais l'*espace-temps* dans son ensemble: le temps et l'espace sont intimement entremêlés et ne peuvent plus être "séparés" de façon universelle (comme c'était le cas auparavant avec la mécanique newtonienne).

Il conviendra ensuite de prolonger ces conclusions, en se laissant, là encore, guider par les mathématiques que les élèves ont à leur disposition et les questions qu'ils se poseront, selon leurs possibilités...

## 4 Annexe: description sommaire du projet

A priori, il peut sembler saugrenu de proposer un projet de *mathématiques* sur la *relativité restreinte* à des élèves de collège ou de lycée. D'une part parce que la relativité restreinte est considérée comme une théorie de la *physique*, d'autre part et surtout parce que c'est une théorie réputée difficile que généralement on n'aborde qu'au niveau des études supérieures, a fortiori s'agissant d'un projet de "recherche", même si ce terme doit dans ce cas être... relativisé (car on doit nécessairement, à ce niveau, se limiter à des recherches "simples").

Or il se trouve que la relativité restreinte, en tant que *théorie cadre* (i.e. cadre mathématique universel pour la physique), est basée sur des hypothèses extrêmement simples, accessibles à tout public. TOUT découle en effet de l'association de deux postulats (dont on approfondira la portée le moment venu):

- les lois de la physique sont les mêmes dans tout *référentiel inertiel*,
- la vitesse de la lumière est invariante (indépendante du *référentiel inertiel* choisi).

Une fois acceptés ces deux seuls postulats, l'*analyse mathématique* conduit alors, de façon *nécessaire*, à la relativité restreinte. En ce sens, ce projet mérite bien d'être qualifié de mathématique.

Généralement, les calculs techniques mis en œuvre pour élaborer la théorie, sans être très compliqués, sont néanmoins assez fastidieux et cet aspect participe à la réputation de difficulté de cette théorie. Cependant, la vraie difficulté n'est pas là: c'est surtout parce que nombre de conclusions *imposées par l'analyse*, concernant des notions intuitives comme le temps et l'espace, heurtent à tel point les préjugés profondément ancrés dans les esprits et résultant de l'expérience quotidienne, que la relativité (même restreinte) semble inaccessible au commun des mortels.

La première partie du travail demandé consistera à bien s'imprégner de la notion de *relativité galiléenne*, et de *référentiel inertiel* (ou galiléen) qui la sous-tend. La relativité galiléenne est beaucoup plus simple à comprendre car en conformité parfaite avec l'expérience quotidienne. Et c'est précisément cette notion de *relativité* (introduite par Galilée), si intuitive, naturelle et sur laquelle repose toute la mécanique classique, qui a dû être "adaptée" de manière à être compatible avec la nouvelle (et curieuse) propriété de l'univers concernant l'invariance de la vitesse de la lumière.

Une fois la notion de relativité galiléenne bien assimilée, on abordera ensuite les problèmes qu'ont rencontré les physiciens vers la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle: la lumière est une onde qui se propage dans l'espace et comme toute onde, elle nécessite (à priori) un milieu matériel pour sa propagation. Ce milieu supposé a été baptisé "éther luminifère". Cependant, les propriétés physiques de ce milieu restaient bien mystérieuses et même contradictoires. Les choses se sont vraiment gâtées lorsqu'on a pu établir de façon certaine, grâce à des expériences physiques, que contrairement à ce que la relativité galiléenne imposait, la vitesse de la lumière restait obstinément la même quel que soit l'observateur, ce qui était en contradiction totale avec les lois de la mécanique et l'hypothèse de l'éther. Cela a provoqué une crise majeure chez les physiciens: tout simplement parce que même les physiciens les plus illustres ne pensaient pas à abandonner ces fameux préjugés (dont ils n'avaient probablement même pas conscience!) et à remettre en question le cadre même dans lequel était développée la physique, c'est-à-dire la relativité (galiléenne) elle-même.

Comme chacun le sait, c'est le jeune Einstein<sup>9</sup> qui a trouvé la solution à ce problème. Elle est simplissime: il suffisait de remplacer l'hypothèse de *temps absolu* (qui était la plupart du temps implicite tant elle semblait évidente!), par le second postulat concernant la vitesse de la lumière... et de se laisser ensuite guider par le seul raisonnement mathématique (avec toutefois une rigueur extrême afin de ne pas tomber dans les pièges tendus en permanence par les préjugés!). La notion fondamentale de *relativité*, sans laquelle la physique s'écroulerait, était conservée, mais prenait une nouvelle forme: c'est la relativité au sens d'Einstein<sup>10</sup>. Les conséquences induites par ce second postulat si simple sont incroyablement fertiles... mais aussi incroyablement surprenantes pour le sens commun<sup>11</sup>.

<sup>9</sup>Einstein est loin d'être le seul à avoir bâti cette théorie: on peut citer en particulier les noms de Lorentz et, surtout, Poincaré qui a établi le cadre mathématique de la RR de façon complète. Mais c'est bien Einstein qui a eu "l'audace" de remettre clairement en cause le cadre de la mécanique de Newton, donnant le point de départ de la nouvelle physique.

<sup>10</sup>Baptisée ensuite relativité restreinte du fait que cette nouvelle relativité a dû être ensuite généralisée pour prendre en compte le phénomène de la gravitation, qui était incompatible avec la relativité dans son sens restreint. Mais c'est une autre histoire...

<sup>11</sup>Incidemment, l'hypothèse de l'éther, devenue inutile et surtout contradictoire avec la nouvelle théorie qui marchait à merveille, fut abandonnée, après plusieurs décennies d'existence.

C'est là que se situe le cœur de cette étude: il s'agit, à partir des deux postulats énoncés par Einstein (essentiellement le postulat d'invariance de la vitesse de la lumière), de *construire les bases de cette "nouvelle" relativité* (dénommée *restreinte*). Mais l'originalité de cette étude réside en ce que, **contrairement aux présentations standard de cette théorie, l'objectif n'est pas ici de construire un cadre complet permettant ensuite de pousser plus avant l'analyse de façon efficace, mais d'établir le plus simplement possible, avec le minimum d'outillage mathématique<sup>12</sup>, les propriétés les plus immédiates et les plus significatives que ce second postulat impose<sup>13</sup>**; en d'autres termes: emprunter le chemin le plus direct pour découvrir ce qu'est la relativité restreinte dans son essence. Et ainsi, *comprendre* la relativité restreinte avec le minimum de difficultés, sans rechercher l'efficacité technique<sup>14</sup>: tel est l'intérêt premier de cette étude.

Sous la direction du responsable de projet, il s'agira dans un premier temps de définir les conditions que doivent vérifier des expériences physiques comme la mesure d'une longueur ou d'un temps de manière à ce que le résultat soit "réellement objectif". Il faudra pour cela "combattre" les préjugés auxquels chacun est attaché sans en avoir conscience! La notion de temps sera en particulier réduite, dans cette phase, au seul "*temps propre*", c'est-à-dire le temps indiqué par *l'horloge que l'observateur emporte avec lui* (toute autre horloge sera considérée comme "suspecte" et donc inapte pour la construction de la théorie). On établira ainsi un "protocole d'analyse" au moyen duquel aucune ambiguïté ne pourra plus subsister.

Une fois ce protocole solidement établi, il s'agira alors de déterminer, par des raisonnements simples (basés sur le théorème de Pythagore et quelques manipulations algébriques élémentaires), les distances et les intervalles de temps observés dans deux référentiels inertiels différents: celui d'un observateur immobile par rapport à un objet donné et celui d'un autre observateur qui voit le même objet se déplacer à une vitesse constante  $v$ . La conclusion sera alors sans appel: l'espace et le temps ne sont plus absolus, mais dépendent bel et bien de la vitesse relative des observateurs, selon des formules simples mais non triviales. Enfin, on établira qu'un nouvel absolu est associé à la relativité restreinte: ce n'est ni le temps ni l'espace, mais l'*espace-temps* dans son ensemble: le temps et l'espace sont ainsi intimement entremêlés et ne peuvent plus être "séparés" de façon universelle (comme c'était le cas auparavant).

Il conviendra ensuite de prolonger ces conclusions, en se laissant, là encore, guider par les mathématiques que les élèves ont à leur disposition et les questions qu'ils se poseront, selon leurs possibilités...

---

<sup>12</sup>D'où l'intérêt pour de très jeunes mathématiciens!

<sup>13</sup>Le second postulat étant lui-même imposé par la nature: la relativité restreinte n'est pas une question de choix personnel ou de "coquetterie", c'est une absolue nécessité! Que cela plaise ou non.

<sup>14</sup>Une fois qu'une chose est bien comprise dans son essence, la pratique n'est plus qu'une question de travail technique. En revanche, si pratiquer une théorie sans l'avoir vraiment comprise est possible, c'est frustrant et très dangereux car il est facile alors de tomber dans le premier piège venu.