

Propositions de sujets pour Mej
Année 2018-2019

- *Approximations rationnelles de $\sqrt{2}$.* Le nombre $\sqrt{2}$ est le nombre réel positif dont le produit avec lui-même donne 2, autrement dit c'est le réel $x \geq 0$ qui vérifie $x \times x = 2$. De façon plus géométrique, $\sqrt{2}$ est la longueur des cotés d'un carré dont l'aire vaut 2. On peut montrer qu'il ne peut pas s'écrire comme une fraction; cependant (comme tout nombre réel) on peut l'approcher d'aussi près que l'on veut par des fractions. Comment trouver de telles fractions approchant $\sqrt{2}$?
- *Sauts de puce.* Une puce de cirque fait des bonds sur une piste circulaire; à chaque fois, elle saute d'une même distance et toujours dans le même sens. On représentera la piste comme un cercle et la puce comme un point qui se déplace sur ce cercle. La puce finit-elle toujours par revenir exactement à sa position de départ ? Si elle revient à sa position initiale, combien de sauts et combien de tours de piste a-t-elle effectués pour cela ?
- *Découpages.* Étant données deux surfaces polygonales de même aire, est-il possible de découper l'une d'elles en polygones plus petits et d'en recouvrir l'autre ?
- *Fractions égyptiennes.* Une "écriture égyptienne" d'une fraction $\frac{p}{q} > 0$ est une décomposition de $\frac{p}{q}$ en une somme de fractions toutes différentes et unitaires, c'est à dire dont les numérateurs valent 1. Par exemple, $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ est une écriture égyptienne de $\frac{3}{4}$. On savait déjà dans L'Égypte antique que toute fraction $\frac{p}{q} > 0$ peut s'exprimer de cette façon. Pouvez-vous trouver un procédé pour obtenir une telle écriture ?
- *Additions pannumériques.* On veut faire l'addition de deux nombres entiers à trois chiffres pour en obtenir un troisième de telle façon que tous les chiffres de 1 à 9 apparaissent dans cette addition. Commencez par trouver quelques exemples...Que peut-on remarquer concernant les chiffres du résultat de l'addition ? Est-ce une coïncidence ? Peut-on faire la liste de toutes les additions répondant à la question ?
- *Découpe d'une tarte.* Pour découper rapidement une tarte, un pâtissier se contente de donner n coups de couteau rectilignes (où n est un nombre entier ≥ 0). Combien de parts fera-t-il au maximum avec cette méthode ?