

# Mariage à MATH.en.JEANS

Grande nouvelle sur la planète MATH.en.JEANS, Octay et Noélie deux mathématiciens, vont bientôt se marier.

Pour leur mariage, ils souhaitent réaliser les porte-noms des tables à l'aide de formes géométriques particulières.

Pour ce faire, ils les découpent dans du carton en suivant le quadrillage.

La Figure 1 montre un exemple de porte-noms. Le quadrillage apparaît en traits fins, alors que le badge est dessiné en traits épais.

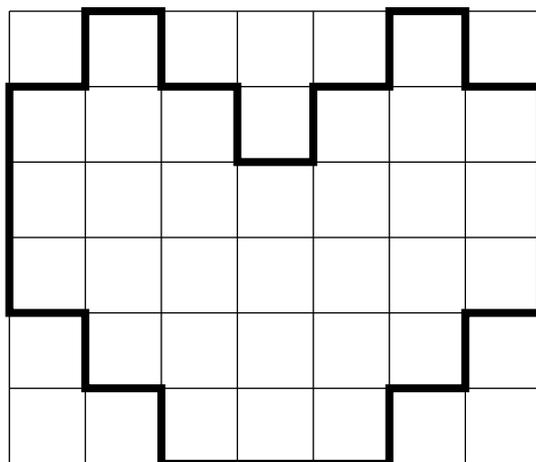


FIGURE 1 – Un exemple de porte-nom

Pour leur mariage, ils souhaitent utiliser des formes plus “mathématiques”, car leurs convives mathématiciens préfèrent les formes convexes.

Une forme est convexe si elle vérifie le critère suivant. On commence par construire l’enveloppe de la forme en parcourant son contour dans le sens inverse des aiguilles d’une montre, et, au fur et à mesure du parcours, on relie les coins saillants deux à deux par une ligne brisée jusqu’à ce que la ligne se ferme. Si la courbe obtenue est convexe alors la forme est dite convexe.

Par exemple, la forme géométrique de la Figure 1 n’est pas convexe car son enveloppe, dessinée en gras de couleur rouge dans la Figure 2 n’est pas convexe.

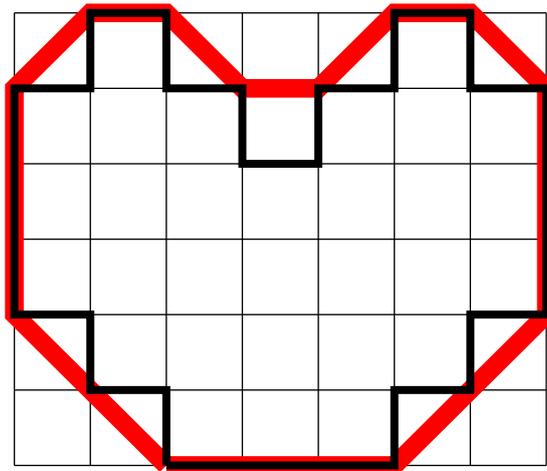


FIGURE 2 – Enveloppe du porte-nom de la Figure 1 qui n'est pas convexe.

Par contre, la Figure 3 donne un exemple de figure convexe.

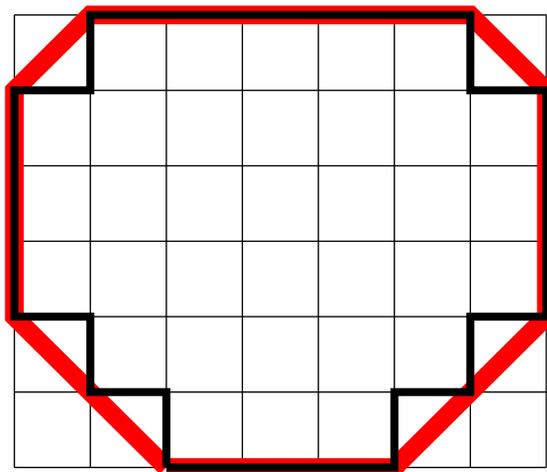


FIGURE 3 – Un exemple de figure convexe.

Depuis, 1 mois, Octay et Noélie savent que leurs convives se passionnent pour les formes de hauteur 3. Combien de formes de hauteur 3 et de périmètre  $n$  peuvent-ils faire. Il vont avoir une centaine de convives, quelle est le périmètre minimal qu'ils doivent prévoir pour que tous les convives puisse avoir une forme différente? Existe-t-il des algorithmes efficaces pour les construire? De manière générale, combien de porte-noms de périmètre  $n$  et de hauteur quelconque est-il possible de faire?

Évidemment, couper des porte-noms pour une centaine de convives est particulièrement fastidieux. Ils cherchent donc à les répertorier en fonction de leurs aires. Combien y en a-t-il de périmètre  $n$  fixé?

L'idéal serait qu'ils pavent la feuille, pour optimiser la découpe. Est-ce possible? Avec quelles formes?