

## Loto

Combien faut-il remplir de grilles  
 pour être sûr de gagner ?



Il existe beaucoup de variantes du jeu de loto. Le principe du jeu est toujours le même, il fait intervenir essentiellement quatre nombres.

Expliquons le principe en décrivant une manière simplifiée de jouer à l'Euromillion : vous misez en choisissant 10 numéros parmi 50 possibles. Un tirage au sort a lieu et en retient 5 gagnants (parmi les 50). Si vos 10 numéros joués contiennent 3 gagnants ou plus, vous gagnez (au moins votre mise ! Plus vous aurez de bons numéros, plus vous gagnerez).

Le fameux «problème du Loto» est le suivant :

- Combien de grilles différentes d'Euromillion faut-il remplir pour être sûr de gagner, c'est à dire pour être sûr d'avoir 3 bons numéros ?

### Quelques pistes

- Il peut être utile de regarder d'abord des questions plus simples : Combien de grilles remplies différentes existe-il ? Combien de tirage possibles y a-t-il ?
- Essayez de répondre à la questions sur des versions de loto plus réduites que vous construirez vous-même.

Chaque loto particulier va avoir ses propres règles : les nombres 50, 10, 5 et 3 apparus avec l'Euromillion sont remplacés par d'autres valeurs, que nous appellerons N, J, T et R

Donnons la recette générale de construction du loto  $[N,J,T,R]$  . Ce loto dépend de quatre nombres donnés qui correspondent à quatre étapes du jeu :

- 1) Vous vous procurez des bulletins de loto vierges ; chaque bulletin contient la liste de tous les numéros qu'il est possible de jouer. Chaque bulletin est appelée une grille et nous appelons N la taille de cette grille, c'est à dire le nombre des numéros possibles. Pour le loto courant N vaut 49, pour l'Euromillion N=50, pour le le Keno N=70.
- 2) Vous «remplissez» alors vos grilles en indiquant sur chacune les numéros que vous «jouez» effectivement (dans la pratique on cochant les cases correspondantes). Vos grille remplies peuvent être différentes, mais le nombre de numéros joués sur chaque grille est toujours le même, c'est lui qui est appelé J. Vous donnez vos grilles remplis aux organisateurs, en leur payant le prix d'une mise par grille.
- 3) Au moment du tirage (parmi tous les numéros possibles), un nombre T de numéros est tiré au sort. Ce sont les numéros tirés ou numéros gagnants.
- 4) Si un numéro joué fait partie des numéros gagnants, on dit que c'est un bon numéro. Si une grille remplie contient un nombre suffisant de bons numéros, vous gagnez avec cette grille au moins votre mise de départ. Nous appelons R le nombre minimum de bons numéros pour qu'une grille soit gagnante (avoir R bons numéros rapporte !).

- Que pensez-vous des cas particuliers les plus simples : les lotos  $[N,3,3,1]$ ,  $[N,3,3,2]$ ,  $[N,3,2,1]$ ,  $[N,3,2,2]$ ,  $[N,4,4,1]$ ,  $[N,4,3,1]$ ,  $[N,4,2,1]$  et  $[N,4,2,2]$  ? Vous pouvez par exemple prendre pour N le nombre d'élèves dans votre atelier de mathématiques, ou dans votre classe ...