

1 Le tournoi

1.1 Introduction

Lors d'un tournoi on peut évaluer la capacité de chaque équipe au jeux, sport,.... Soit P_1 et P_2 des scores (positifs) associés à des équipes (respectivement le score de l'équipe 1 et celui de l'équipe 2). Le modèle de Bradley Terry dit que lors d'un match entre l'équipe 1 et 2 la probabilité que l'équipe 1 batte l'équipe 2 est de $\frac{P_1}{P_1+P_2}$. Avec ce score on voit que si les deux équipes ont exactement le même niveau, l'équipe 1 a une chance sur deux de battre l'autre équipe, ce qui parait assez cohérent.

En utilisant le modèle de Bradley Terry, calculez la probabilité que chaque joueur a de gagner dans votre tournoi préféré. Pour les scores vous pouvez soit en prendre des existants si il y en a, soit faire l'ordre inverse du classement si il n'y en a pas ou les évaluer vous-même.

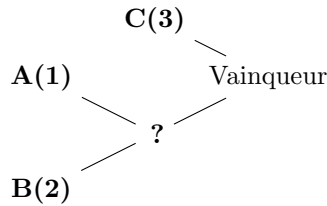
1.2 Après le tirage au sort

Si le tirage au sort a déjà été effectué, et qu'on sait comment va être le premier tour du tournoi.

A 3 équipes

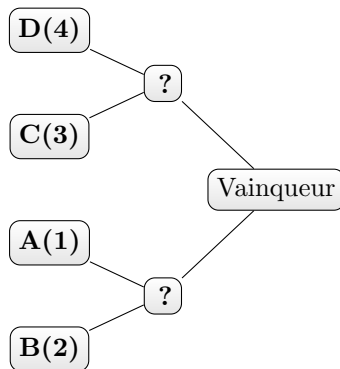
Soit trois équipes A, B, C de score respectif 1, 2, 3 L'équipe C étant donc considérée comme la meilleure équipe.

Si le tableau d'entrée est le suivant :



En utilisant le théoreme de Bradley-Terry. Quel est la probabilité que A gagne le premier match? Et que A gagne le tournoi? Et B? Et C?

Que faire quand on est à quatre équipes ?



Quelle est la probabilité que A remporte le tournoi (On remarquera que A a deux façon et seulement deux façon de gagner c'est de battre C ou de battre D en final) ?

Que B remporte le tournoi ?

Quels est le tirage au sort du premier tour qui maximiserait le chance de A de gagner le tournoi ?

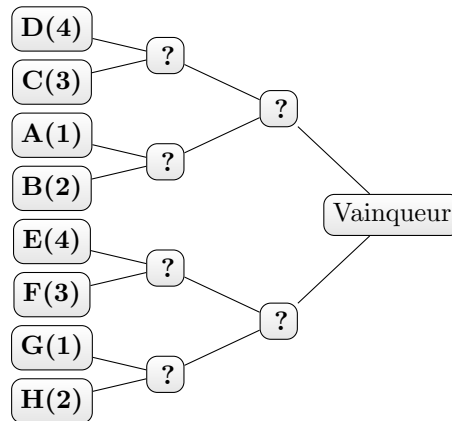
Indice Calculer :

- Proba que A passe au second tour ?
- Proba que A remporte le tournoi en sachant que C est passé ?
- Proba que A remporte le tournoi en sachant que D est passé ?
- Proba que D passe au second tour ?
- Proba que C passe au second tour ?

En utilisant ces probabilités

- Quelle est la probabilité que A et C se retrouvent en final ?
- Quelle est la proba. que A et C se retrouvent en final et que A gagne ?
- Quelle est la proba. que A et D se retrouvent en final et que A gagne ?

Passage à 8 équipes



Quelle est la probabilité que A remporte le tournoi ?

Application pour votre tournoi

1.3 Avant le tirage au sort

Pensez vous pouvoir refaire les différentes étapes (3 équipes, 4 équipes , ...) Si on ne connaît pas l'ordre du tournoi ? Mais si on sait que le tirage au sort est complètement du au hasard ? (Donc que A a autant de chance de se battre au premier tour contre n'importe qui !)

1.4 Autres questions

- Quel est l'ordre qui maximiserai la probabilité de la meilleure équipe de gagner le tournoi ? (Et de la pire ?)
- Avez-vous une idée de l'ordre qui donnerait le plus petit écart entre la probabilité que la meilleur équipe gagne et que la plus nulle gagne ?