

### **Sujet 1 : Gagner le plus d'argent**

Vous disposez de  $n$  sacs fermés dont chacun contient une certaine somme d'argent. On suppose que toutes ces sommes d'argent sont différentes et non connues. On vous propose alors de jouer au jeu suivant : vous ouvrez un sac, puis un second, puis un troisième etc. A chaque instant, vous avez le droit de choisir entre deux options : soit vous prenez l'argent du sac que vous venez de choisir et le jeu s'arrête, soit vous le refusez et vous continuez à ouvrir le sac suivant. Vous ne prenez que le contenu du dernier sac ouvert.

Quelle est la meilleure façon de jouer, c'est-à-dire celle qui vous permet de trouver le sac qui contient la plus grande somme d'argent ?

### **Sujet 2 : Parties Bi-dis**

Une partie du plan est dite Bi-dis si les distances entre ses différents points ne prennent que deux valeurs.

Que peut-on dire du nombre de points d'une partie Bi-dis ?

### **Sujet 3 : L'énigme de l'empereur**

Un puissant empereur a capturé les quatre filles d'un roi. Chacune de ces princesses est promise à un vaillant chevalier.

L'empereur a enfermé chaque princesse dans une chambre de son château puis il a inscrit au hasard les prénoms des princesses sur les portes. Quand les chevaliers se présentent au château, l'empereur leur propose d'entrer au château l'un après l'autre et de n'ouvrir que deux des quatre chambres qu'ils referment après leur passage. Après concertation entre eux, l'empereur leur interdit de communiquer. Ils auront alors tous la vie sauve si chacun d'eux trouve sa promise. Quelle meilleure stratégie les chevaliers doivent-ils adopter pour que cette histoire ait une fin heureuse ?

### **Sujet 4 : Parties Dis-ent**

Une partie du plan est dite Dis-ent si les distances entre ses différents points sont des entiers naturels.

1. Que peut-on dire des polygones dont les sommets forment une partie Dis-ent ?

2. Peut-on trouver des parties Dis-ent infinies ?

**Sujet 5 : Le jardin de Barnabé**

Barnabé a délimité dans son jardin une surface carrée où il souhaitait planter ses choux. En le voyant faire, sa femme lui demande, amusée, s'il était capable de délimiter une surface carrée en mettant chaque coin sur le bord du jardin. Barnabé lui répond qu'il n'y arriverait pas à cause de la forme du contour du jardin. Barnabé a-t-il raison ?

**Sujet 6 : La compagnie Mathexcourrier**

La compagnie Mathexcourrier a décidé que le prix d'envoi d'un objet est proportionnel à son profil. Pour une enveloppe, le profil est la longueur de son contour. Si un objet a la forme d'un parallélépipède, alors son profil est la somme de sa longueur, de sa largeur et de sa hauteur. Caroline souhaite envoyer par Mathexcourrier une lettre et un paquet. Elle pense faire des économies en mettant sa lettre dans une enveloppe avec un contour moins long et son paquet dans une boîte d'un profil plus petite. Peut-elle y arriver ?