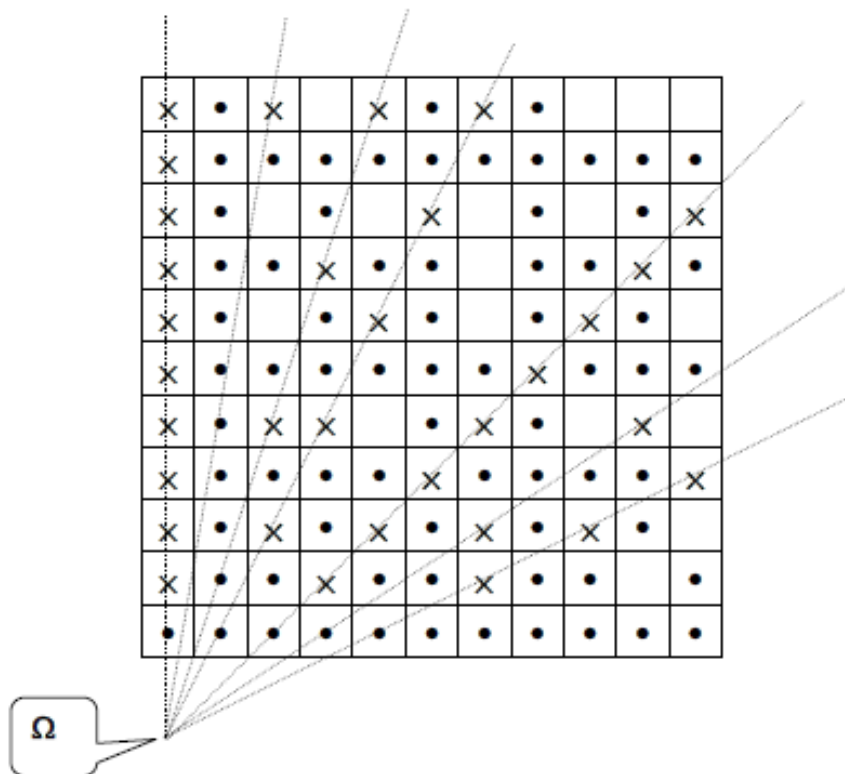


Math en Jeans 2018
Lycée

Sujet 1 - L'arbre qui cache la forêt...

Si n est un entier positif compris entre 1 et 75, on appelle forêt d'ordre n l'ensemble des arbres situés aux points du plan de coordonnées entières (x, y) vérifiant $1 \leq x \leq n$ et $1 \leq y \leq n$.



Les arbres sont assimilés à des points sans dimension.

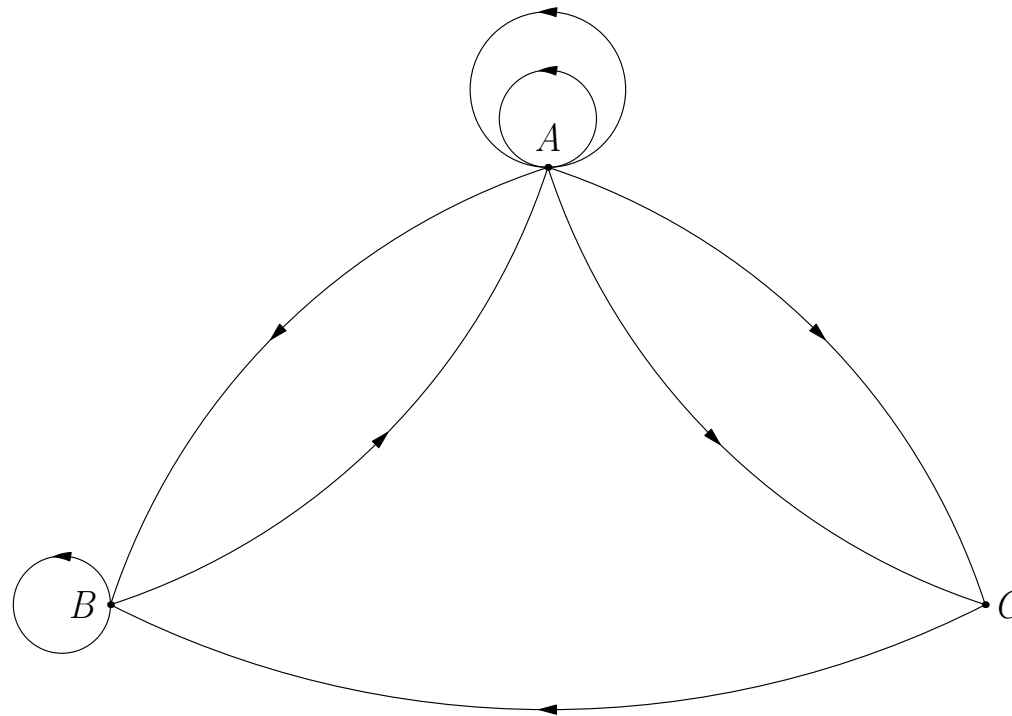
- Pour quelles valeurs de n peut-on placer un observateur, dans le plan mais hors de la forêt, de sorte que celui-ci voie moins de 60% des arbres, du fait des alignements ?

La figure ci-contre illustre la question : les points désignent les arbres visibles, les croix indiquent les arbres cachés.

Sujet 2 - Boucles simples et itérées dans un graphe

Un graphe est un ensemble formé de points appelés sommets et d'arêtes reliant certains de ses points. Lorsqu'une arête relie un point à lui-même, on l'appelle boucle.

Les arêtes sont supposées orientées et peuvent être multiples, comme dans l'exemple ci-dessous.



Sujet 2 - Boucles simples et itérées dans un graphe

Si A et B sont deux sommets, un chemin de longueur n de A à B est une suite d'arêtes « contigües » $[A_1B_1], \dots, [A_nB_n]$ reliant A et B , c'est-à-dire telle que $A_1 = A$, $B_n = B$ et $A_{i+1} = B_i$ ($1 \leq i \leq n - 1$).

On appelle N_1 le nombre total de boucles dans le graphe, et pour tout entier $k \geq 1$, N_k le nombre total de boucles d'ordre k , c'est-à-dire de chemins de longueur n ayant le même point de départ et d'arrivée.

- Montrer que si k est un nombre premier, $N_k - N_1$ est divisible par k .

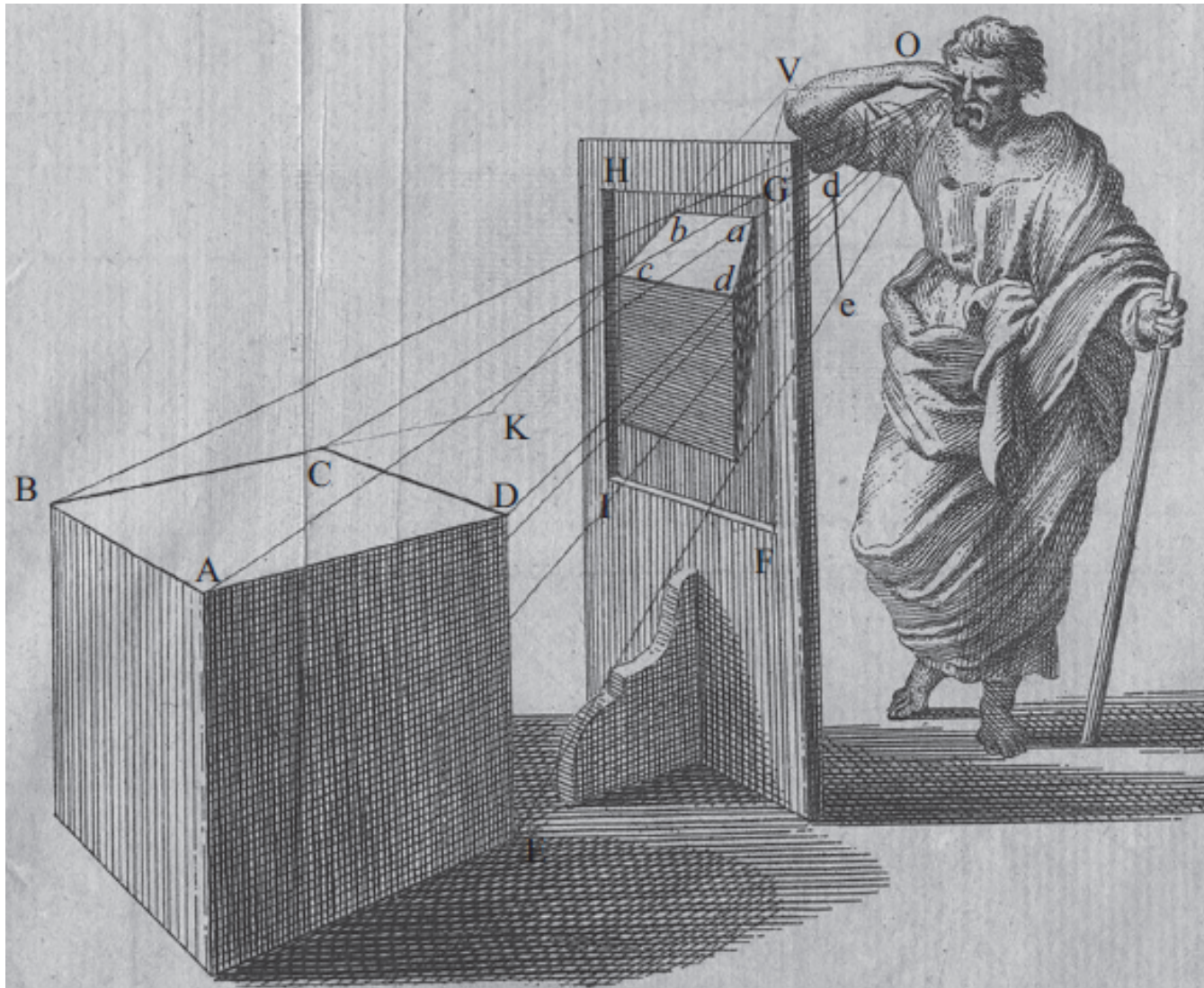
Sujet 3 - La loi des séries

Pendant la période de 10 ans s'étalant de janvier 1995 à décembre 2004, on a déploré 150 accidents d'avions de ligne.

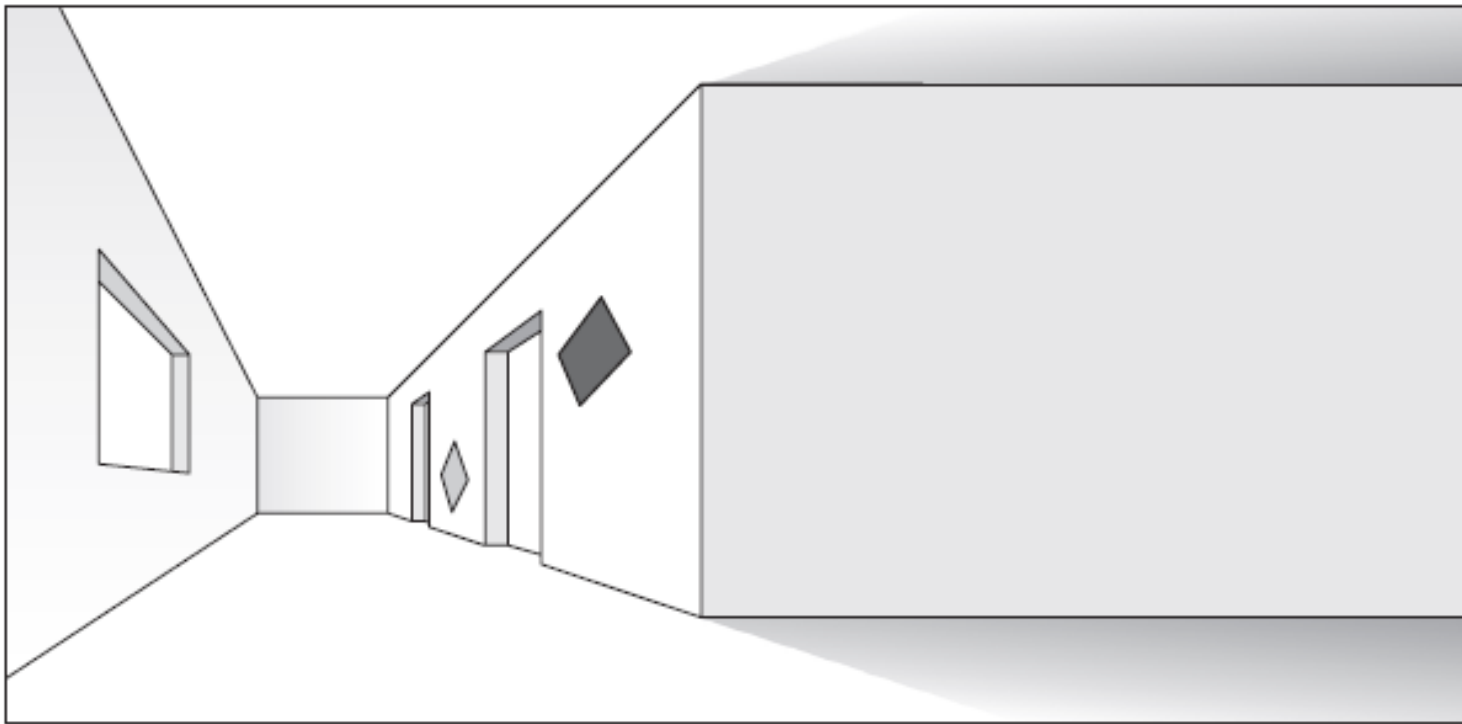
En considérant comme négligeable la probabilité que deux accidents ou plus se produisent le même jour et en faisant les hypothèses probabilistes naturelles, étudier la probabilité pour qu'au cours de la période s'étendant du 1er janvier 1995 au 31 décembre 2004, on ait observé une série noire de 5 accidents en 22 jours.

Un tel événement s'est effectivement produit au cours de l'été 2005 et a conduit les commentateurs à se demander s'il ne fallait pas voir là le signe d'une baisse de qualité de la flotte aérienne.

Sujet 4 - Photogrammétrie



La vue en perspective...



Le dessin représente la vue en perspective (par exemple après la prise d'une photo) de deux murs d'un hall d'exposition. Les deux quadrilatères gris du mur de droite correspondent à des affiches carrées.

- Quelle est la plus grande des deux affiches ?