

3000 milliards de dette !!!

Sujet MATH.en.JEANS n°2

3000 milliards d'euros, c'est le montant de la dette de la France. Comment la résorber ? Franchement, je n'en sais rien. Mais c'est l'occasion d'imaginer ce qu'on pourrait faire dans un monde solidaire. Imaginons que les banques nationales aient le profond désir de s'entraider. On peut alors imaginer un flux financier entre banques afin de faire en sorte que chaque banque ait un solde positif ou nul à la fin des transferts.

Mais on peut aussi imaginer un monde équitable. Si une banque décide de transférer de l'argent vers une autre banque, alors elle doit transférer le même montant vers toutes les autres banques avec lesquelles elle est en relation. Une banque a le droit d'être temporairement en négatif lors de ces transferts.

La figure de la page suivante donne un exemple de réseau bancaire. Il y a 5 banques, notées A,B,C,D et E :

- A est en relation avec B et D
- B est en relation avec A,C et D
- C est en relation avec B
- D est en relation avec A,B et E
- E est en relation avec D

On peut remarquer que les relations sont forcément dans les deux sens.

(Situation initiale) Les banques A, D et E sont initialement avec un solde excédentaire de respectivement 1, 3 et 2, alors que les banques B et C sont déficitaires de respectivement 2 et 1.

La figure donne un exemple de début de transferts :

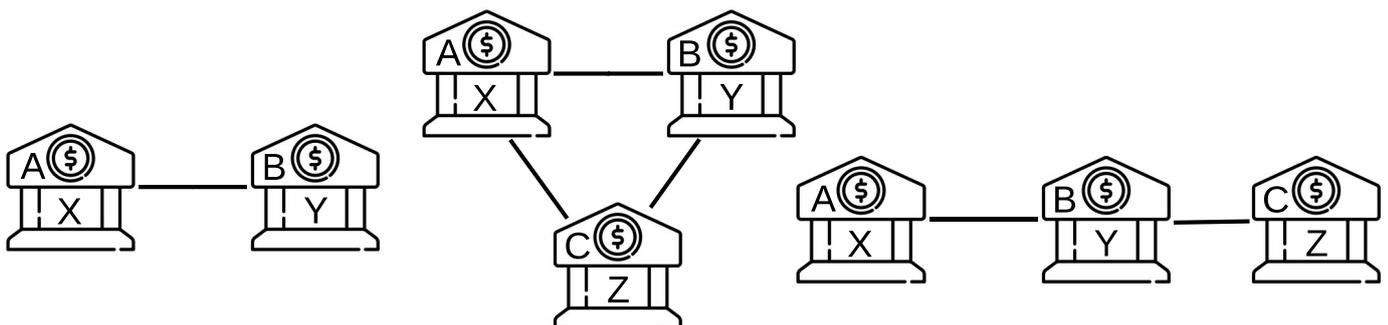
- E donne 2. Comme elle n'est en relation qu'avec D, D reçoit 2 et E perd 2.
- Puis B donne 1. Elle peut le faire, même si elle est déficitaire. Comme elle est en relation avec A, C, et D, chacune de ces banques reçoit 1, passant respectivement à 2, 0 et 6, et B perd donc 3, passant à -5.

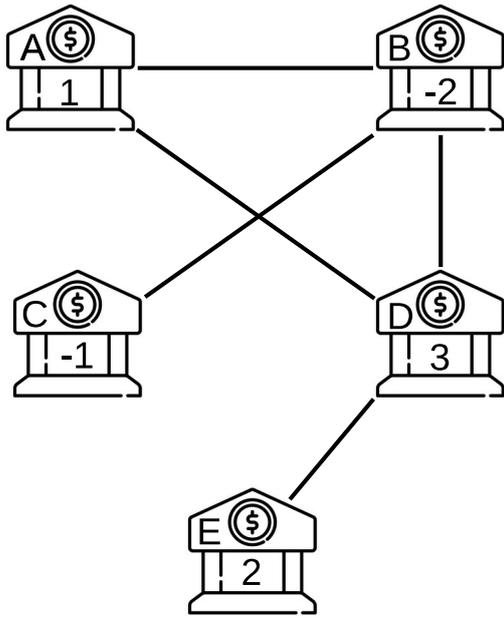
On peut ainsi poursuivre les transferts, et une solution finale est présentée en bas à droite de la figure (ce n'est pas la seule possible), après les transferts suivants :

- D donne 2,
- A donne 2,
- E donne 1,
- D donne 1.

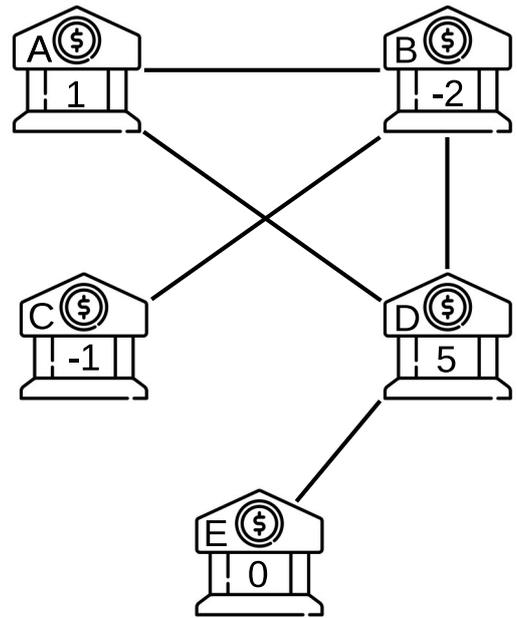
Questions : Étant donné un réseau de banques et des soldes initiaux, est-ce qu'on peut toujours rendre positifs tous les soldes ? Et si/quand c'est possible, quelle serait la meilleure manière de le faire ?

On pourra commencer par jouer avec les réseaux suivants (X,Y,... sont à remplacer par différentes valeurs qui vous semblent intéressantes).

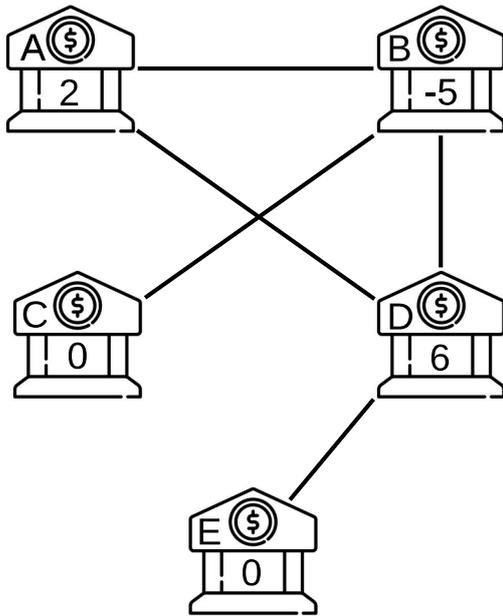




Situation de départ

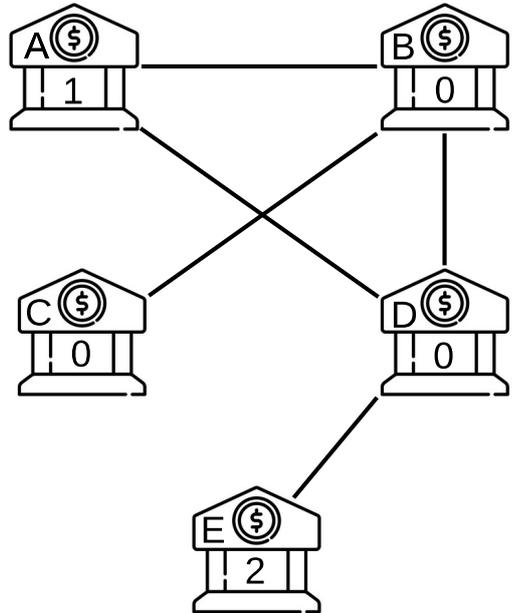


E donne 2 (\rightarrow D)



B donne 1 (\rightarrow A,D,C)

...



Une situation finale