

Sujet 3. Trois notes.

Dans ce sujet, on appelle mélodie une suite de notes. La longueur d'une mélodie est le nombre de notes qu'elle contient. On veut composer des mélodies en respectant les deux règles suivantes :

R1. Les seules notes possibles sont au nombre de trois : do, mi, sol.

R2. La mélodie ne doit pas contenir de "carré", c'est-à-dire de note ou de groupe de notes qui se répète immédiatement.

Par exemple, les mélodies do mi mi sol , do mi sol mi sol mi , do sol mi do sol do mi do sol do ne respectent pas la règle R2. Il y a une répétition immédiate de la note mi dans la première, du groupe de notes mi sol dans la deuxième, du groupe de notes mi do sol do dans la troisième.

On voit facilement que si on ne dispose que des notes do et mi, aucune mélodie de longueur quatre ou plus ne respecte la règle R2. On propose de réfléchir aux questions suivantes.

1. Parmi toutes les mélodies de longueur 4, combien respectent R1 et R2? Même question pour les longueurs 5, 7, 10, 15...
2. Peut-on composer des mélodies respectant R1 et R2 de n'importe quelle longueur? Si oui, comment faire?

Pour la deuxième question, on pourra commencer par essayer de traiter le cas plus facile où dans R1, on dispose de quatre notes.