

Sujet 4 : Déplacements et arithmétique (C/L)

Le but du sujet est de comprendre quels sont les déplacements possibles en n'utilisant qu'un nombre limité de mouvements de base. Pour être plus clair, voici deux exemples.

Exemple 1 : Je dois me rendre au 43-ème étage d'une grande tour de 111 étages mais l'ascenseur est étrange : à la place des boutons, il possède deux manivelles, l'une faisant monter ou descendre de 3 étages et l'autre faisant monter ou descendre de 8 étages. En partant du rez-de-chaussée (étage 0), pourrai-je aller au 43-ème étage ? La décoration dans la tour semble très jolie, puis-je visiter tous les étages ? Et que se passerait-il si à la place de faire ± 3 et ± 8 , les manivelles faisaient ± 3 et ± 6 ? Et pour d'autres combinaisons ?

Exemple 2 : En échec, un cavalier se déplace selon les règles suivantes.



FIGURE 1 – Déplacements d'un cavalier normal.

Déjà, un cavalier peut-il aller partout sur l'échiquier ? Et si l'échiquier était beaucoup plus grand, pourrait-il encore aller partout (en prenant son temps) ? Si vous pensez que oui, comment s'en convaincre vraiment ? Même question si vous pensez que non !

Imaginons maintenant que mon cavalier (ou plutôt son cheval) soit un peu boiteux et qu'il ne puisse faire que la moitié des mouvements, comme indiqué ici :



FIGURE 2 – Déplacements d'un cavalier boiteux.

Le cavalier pourra-t-il encore aller partout sur un grand échiquier ?

Dans une troisième situation, le cavalier souhaite être original : il choisit deux mouvements au hasard (pas forcément des mouvements de cavalier), et par prudence il choisit aussi les mouvements opposés (ceux qui permettent de revenir en arrière).

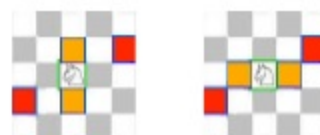


FIGURE 3 – Deux exemples de cavaliers originaux. En rouge le premier mouvement choisi ainsi que son opposé. En orange, le deuxième avec son opposé.

Là encore, ce cavalier pourra-t-il aller partout ? Et si non, si on regarde toutes les cases qu'il peut atteindre, voit-on une régularité apparaître ? Et supposons que le cavalier a déjà choisi son premier mouvement, peut-on toujours lui en conseiller un deuxième pour qu'il puisse aller partout ?