

## PROBLÈME 2 : TROUVER LE CODE D'UN TÉLÉPHONE

Paul reçoit pour son anniversaire un nouveau téléphone portable. Dans la boîte, il trouve un mot de ses parents avec le message suivant :

*"Voici les indications dont tu auras besoin pour trouver le code à 4 chiffres de ton nouveau téléphone. Ce code est le 22-ème plus petit palindrome divisible par 33."*

L'objectif de ce problème est d'aider Paul à trouver le code de son nouveau téléphone.

### PARTIE 1. PREMIERS PAS AVEC LES PALINDROMES

DÉFINITION. Un nombre palindrome est un nombre qui se lit indifféremment de gauche à droite ou de droite à gauche.

1. Donner des exemples de palindromes à 2 chiffres, à 3 chiffres, à 4 chiffres et à 5 chiffres.
2. **Palindromes à 3 chiffres**
  - (a) Quel est le palindrome à 3 chiffres le plus petit? Le plus grand?
  - (b) Combien y-a-t-il de palindromes à 3 chiffres?
3. **Palindromes à 4 chiffres**
  - (a) Quel est le palindrome à 4 chiffres le plus petit? Le plus grand?
  - (b) Combien y-a-t-il de palindromes à 4 chiffres? Que remarque-t-on?
4. **Palindromes à  $N$  chiffres** Soit  $N$  un entier naturel supérieur ou égale à 2. Combien y-a-t-il de palindromes à  $N$  chiffres?

### PARTIE 2. DIVISIBILITÉ PAR 11

Soit  $N$  un nombre pair. On considère un palindrome à  $N$  chiffres. Montrer que ce nombre est divisible par 11.

### PARTIE 3. QUEL EST LE CODE?

Quel est le code du téléphone de Paul?



### PARTIE 4. NOMBRES DE LYCHREL

On étudie l'algorithme suivant :

- Choisir un entier naturel  $N$ .
- Ajouter ce nombre à son écriture inversée.
- Répéter ces étapes jusqu'à obtenir un nombre palindrome.

Question : Cet algorithme se termine-t-il? Autrement dit, existe-t-il au moins un nombre qui, lorsqu'il est soumis à l'algorithme ci-dessus, ne semble jamais atteindre un palindrome?