

# Monter un escalier

La nouvelle circule en ville, Sisyphe est devenu fabricant d'escaliers.

Il s'est tout particulièrement spécialisé dans les escaliers en pierre, car, dans son jardin, il a accumulé avec le temps un tas de pierres qu'il a retaillées en forme cubique de taille  $1 \times 1$ .

Pour faire ses escaliers, chaque cube est placé directement à sa position finale, pourvu que les cubes situés en dessous de lui soient déjà placés.

Il travaille actuellement sur un projet d'escalier à une seule marche, rectangulaire, de hauteur 1 et de taille  $k \times n$ . Combien de façons possibles a-t-il d'assembler son escalier ? Même question si la hauteur de la marche est de 2 et qu'il place les cubes couche par couche. Que devient la réponse si les cubes peuvent être placés dès que c'est physiquement possible ?

Il travaille maintenant dans un couloir, sur un escalier reliant deux plateformes et contenant 2 marches rectangulaires de largeur  $k$ , hauteur 1 et de profondeur de marche  $h$ . Combien de façons possibles y a-t-il pour réaliser cet escalier ?

Répondez à la même question si l'escalier contient un nombre arbitraire de marches.

Maintenant, l'escalier possède aussi des marches de hauteurs et profondeurs arbitraires mais connues. Pouvez-vous répondre à la question ?

Pour se faciliter la vie, il décide de poser les cubes uniquement quand, au moment de la pose, la face du bas et la face verticale la plus proche de la plateforme du haut sont en contact avec une surface plane (mur, sol ou autres cubes). Pouvez-vous reprendre les questions précédentes ?