

1 Les systèmes de vote – Qui a vraiment gagné l'élection ?

Contexte / mise en bouche

Dans une élection, on pourrait penser qu'il suffit de compter les votes pour savoir qui a gagné. Mais il existe de nombreuses manières différentes de compter les voix.

Selon la méthode choisie, est-ce toujours le même candidat qui gagne ?

Énoncé

Trois candidats, appelons-les Audrey, Paul et Ziyad, se présentent à une élection.

Les 9 électeurs les classent de leur candidat préféré à leur candidat le moins apprécié :

– 4 électeurs préfèrent

Audrey > Paul > Ziyad;

– 3 électeurs préfèrent

Paul > Ziyad > Audrey; Ziyad >

– 2 électeurs préfèrent

Paul > Audrey.

On peut maintenant organiser l'élection de plusieurs manières.

Méthode 1 : le candidat arrivé premier.

Chaque électeur vote uniquement pour son candidat préféré. Le candidat ayant obtenu le plus de voix gagne.

Méthode 2 : le vote par points.

Chaque électeur donne :

- 2 points à son candidat préféré ;
- 1 point à son deuxième choix ;
- 0 point à son dernier choix.

Le candidat ayant obtenu le plus de points gagne.

Méthode 3 : les duels.

On compare les candidats deux par deux.

Par exemple, entre Audrey et Paul, chaque électeur choisit celui qu'il préfère parmi les deux. On fait ensuite de même entre Audrey et Ziyad, puis entre Paul et Ziyad.

Qui gagne avec chacune des trois méthodes ?

1. Obtient-on toujours le même vainqueur ?
2. Inventez d'autres répartitions d'électeurs pour lesquelles deux méthodes donnent des vainqueurs différents.
3. Peut-on trouver une situation où :
 - une majorité préfère Audrey à Paul ;
 - une majorité préfère Paul à Ziyad ;
 - mais une majorité préfère Ziyad à Audrey ?
4. Que se passe-t-il si on ajoute un quatrième candidat qui a très peu de chances de gagner ? Peut-il malgré tout changer le résultat de l'élection ?
5. Un électeur a-t-il parfois intérêt à ne pas donner son véritable classement pour favoriser son candidat préféré ?
6. Inventez votre propre système de vote. Quelles propriétés devrait posséder, selon vous, un système de vote "juste" ?

Question principale : Existe-t-il une méthode de vote qui donne toujours un résultat satisfaisant pour tout le monde ?