

Nombres en ligne

On veut fabriquer des entiers naturels. Mais problème, on ne dispose que de cinq symboles possibles :

- le chiffre 1,
- le symbole d'addition +
- le symbole de multiplication x
- les deux parenthèses (et)

On cherche à obtenir l'écriture comportant le moins d'opérations pour un nombre donné. N'importe quel nombre peut s'écrire $1+1+1+1+\dots$ mais par exemple pour le nombre 8, si l'on écrit $1+1+1+1+1+1+1+1$, cela fait 7 opérations, tandis que $(1+1)\times(1+1)\times(1+1)$ ne compte que 5 opérations en tout. Comment s'y prendre, et quel est ce minimum ?

Des variantes possibles :

- on peut autoriser par la suite l'usage du signe - (pour beaucoup de nombres, cela ne change pas grand-chose, mais pour certains oui)
- on peut autoriser les écritures décimales constituées de plusieurs chiffres 1, par exemple 11, 111, 1111 etc.