

Sujet : La montante descendante

Un nombre pair ($2n$) de joueurs d'échecs sont placés deux par deux sur des tables de 1 à n . À chaque étape de la montante descendante, le gagnant de la partie dans la table numéro i "monte" à la table $i+1$ (sauf à la table numéro n où le gagnant reste sur place) tandis que le perdant "descend" à la table $i-1$ (sauf à la table numéro 1 où le perdant reste sur place). On suppose qu'à chaque match, le meilleur joueur gagne et que les joueurs ont des niveaux tous différents.

- À partir de combien d'étapes peut-on être sûr que la table où se situe chaque joueur reflète son niveau ?
- Que se passe-t-il si le perdant de la première table rejoint la dernière et le gagnant de la dernière table rejoint la première ?

