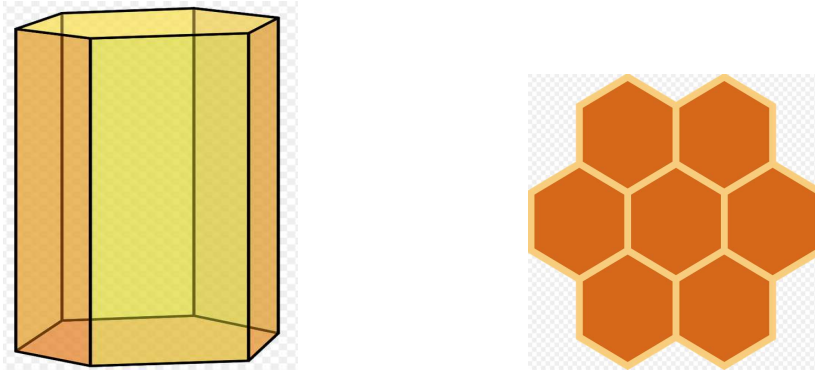
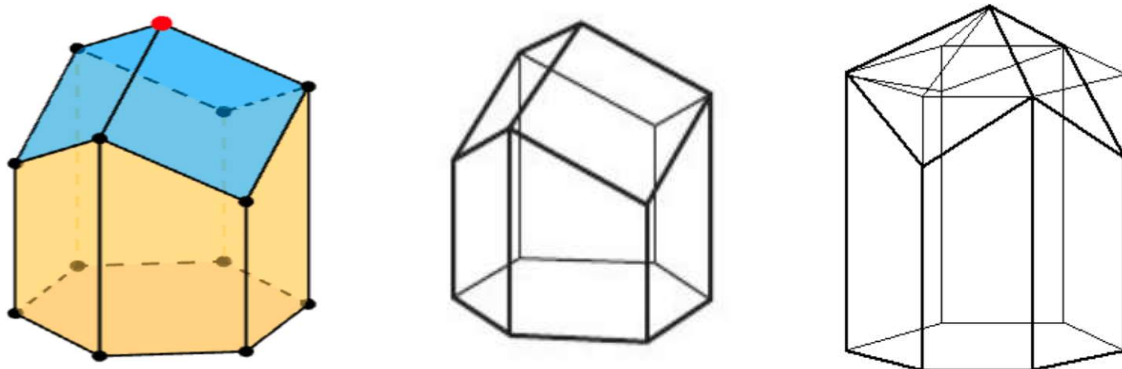


Sujet 1 : les abeilles : Dans une ruche, les abeilles construisent des boîtes en cire (on les appelle des alvéoles) dans lesquelles elles stockent le miel et le pollen. Ces récipients sont (vus de loin) des prismes dont la base est un hexagone régulier, et qui sont posés les uns contre les autres. On a représenté ci-dessous un tel prisme, ainsi que la figure plane obtenue lorsqu'on regarde depuis le haut un ensemble d'alvéoles :



On peut se demander pourquoi la base des prismes n'est pas une figure géométrique plus simple, comme un carré ou un triangle équilatéral. Pour justifier ce choix on vous demande de montrer que si on fixe l'aire du polygone (1 cm^2 pour fixer les idées), alors le périmètre de l'hexagone est plus petit que le périmètre du carré ou du triangle équilatéral. Les abeilles minimisent donc la quantité de cire nécessaire pour fabriquer les alvéoles.

Le plus surprenant dans ces alvéoles est qu'elles ne sont pas fermées aux extrémités par un hexagone plat, mais par un 'toit' en cire formé de 3 losanges identiques, comme sur les dessins ci-dessous :



La deuxième partie du sujet consiste à justifier cette construction étrange. L'idée est de montrer que si on choisit de manière optimale les dimensions des losanges qui constitue le toit, la quantité de cire nécessaire pour fabriquer l'alvéole (càd la somme des aires des murs et du toit de l'alvéole) est plus petite que la quantité de cire nécessaire pour fabriquer un prisme hexagonal qui se termine par un hexagone plat, alors que les deux constructions ont le même volume. Une nouvelle fois, les abeilles réussissent à minimiser la quantité de cire nécessaire à la construction.