

## Les circuits automobiles de Catan

On utilise des pièces qui ont la forme d'hexagones réguliers (tous de même dimension) pour fabriquer des circuits fermés.

Les hexagones peuvent être de trois sortes : un morceau de route qui relie deux côtés adjacents (type 1), un morceau de route qui relie deux côtés séparés par un seul côté (type 2), un morceau de route qui relie deux côtés opposés (type 3).

Supposons que l'on ait à disposition  $a$  pièce de type 1,  $b$  pièce de type 2 et  $c$  pièce de type 3. Peut-on identifier des critères (condition nécessaire ou suffisante) pour garantir que l'on peut créer, ou non, un circuit fermé avec toutes ces pièces ? (par exemple, pour  $a=7$ ,  $b=12$  et  $c=10$  ?).

Si l'on a créé un circuit pour des valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$  particulières, peut-on ajouter une pièce et obtenir de nouveau un circuit ? Avec une pièce de n'importe quel type ? Et si au lieu d'ajouter une pièce, on en retire une ?

