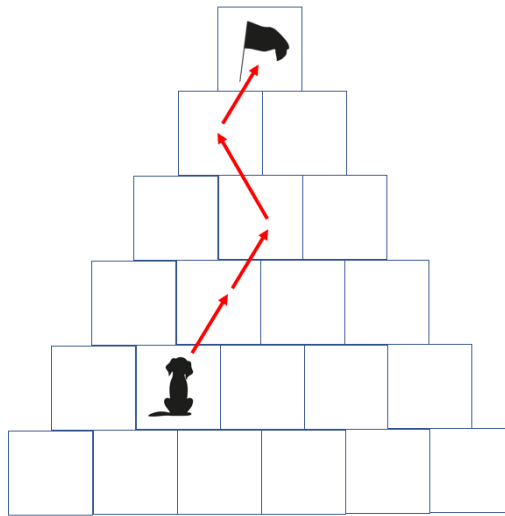


Coloriages de la pyramide de Pascal



On considère une pyramide de carrés. Le chien Odin veut monter jusqu'au sommet de la pyramide. Il se déplace en faisant des bonds d'une case à l'une des deux cases supérieures – ou à l'unique case supérieure si le chien est au bord. On inscrit dans chaque case le nombre de chemins qui partent de cette case et arrivent au sommet de la pyramide.

1/ Etudiez les propriétés arithmétiques d'une telle pyramide.

2/ Développez $(x+1)^2$, $(x+1)^3$, $(x+1)^4$, $(x+1)^5$... Que remarquez-vous ?

3/ En modulo 3, on choisit 3 couleurs et on considère les restes des divisions euclidiennes par 3 des entiers inscrits dans les cases. Si le reste est 0, on colorie la case avec la première couleur. Si le reste est 1, on colorie la case avec la seconde couleur. Et si le reste est 2, on colorie la case avec la troisième couleur.

On procède ainsi en modulo 2, en modulo 4, etc.

4/ A présent, on développe les expressions $(x-1)^2$, $(x-1)^3$, $(x-1)^4$, $(x-1)^5$... Quelles pyramides pourriez-vous associer à chacune de ces formules binomiales ? Inventez un nouveau système de coloriage.



Pascal Blaise