

La perspective

Année 2006 – 2007

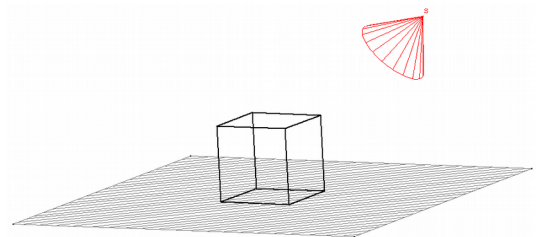
Marie ROLLAND et Dasha MAMANI, élèves de Première L

Encadrés par MILLET T. et PROAL H.

Établissements : Lycée d'altitude, Briançon

Chercheur Chercheuse : P. VEROVIC, Université de Savoie

Notre sujet de recherche consiste à étudier les propriétés de l'ombre d'un cube créée par une source lumineuse (proche du cube).⁽¹⁾



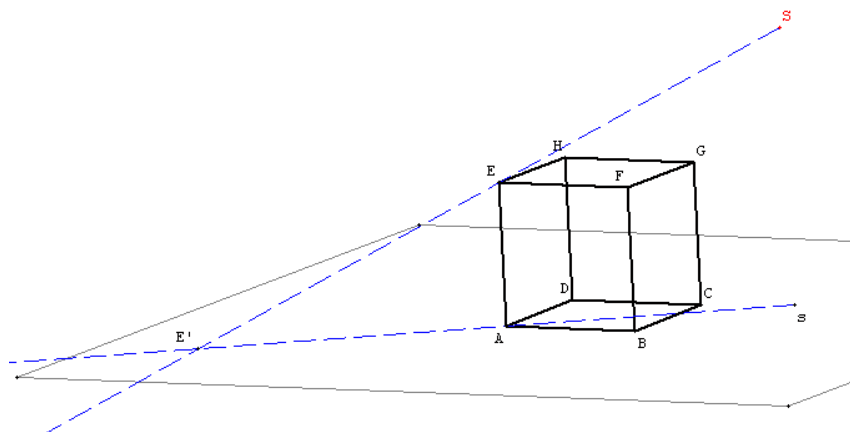
Comment construire l'ombre du cube ?

L'ombre de A est A, car il est sur le plan de projection et de même pour les points B, C et D.⁽²⁾

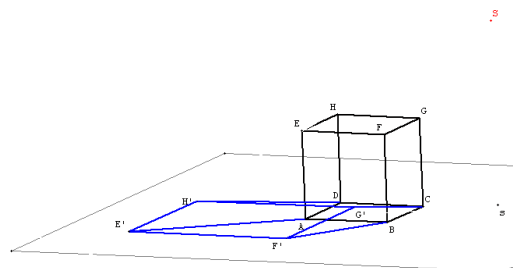
On suppose que la source lumineuse est un point S.

On projette le point S sur le plan. On note s le projeté orthogonal de S sur le plan.

Pour obtenir l'ombre du point E, on prend l'intersection des droites (SE) et (SA).⁽³⁾



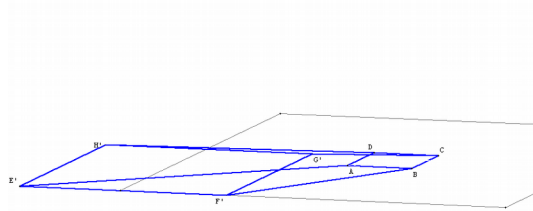
On procède de la même manière pour les points F, G et H.⁽⁴⁾



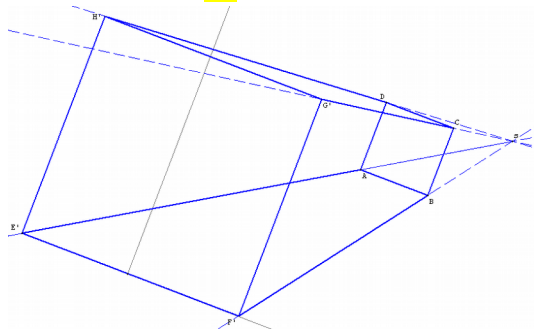
Peut-on retrouver le cube et la source à partir de l'ombre ?

On s'est posé la question de savoir si, connaissant l'ombre, on pouvait retrouver le cube et sa source lumineuse.

(5)



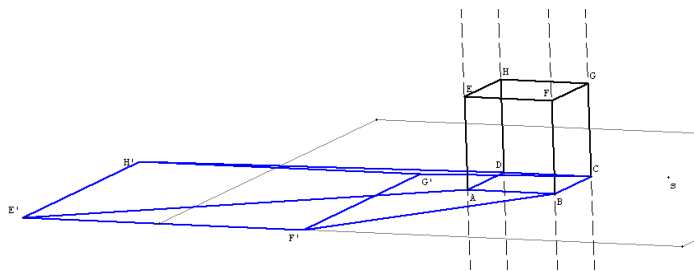
On prolonge les arêtes (G'C), (F'B), (E'A) et (H'D) qui ne sont pas parallèles. Elles sont concourantes en un point s qui représente le projeté orthogonal de la source. (6)



(7)

On sait que le plus petit carré ABCD correspond à la face du cube en contact avec le plan.

Pour obtenir le cube, on trace les perpendiculaires au plan passant par les points A, B, C et D, puis on place les points sur ces perpendiculaires tel que $AE=BF=CG=DH=AB$. (8)

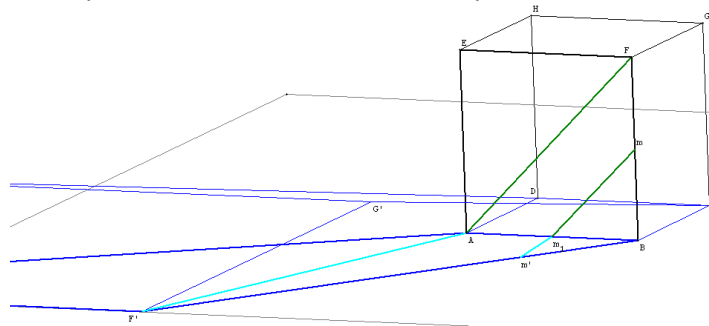


Pour obtenir la source, on prolonge les droites (E'E) et (H'H) ; leur point d'intersection est la source S.

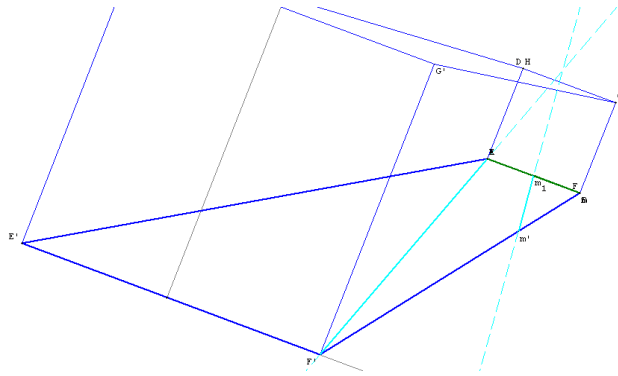
Quelques propriétés de l'ombre

On a travaillé sur une face verticale ABFE et son ombre.

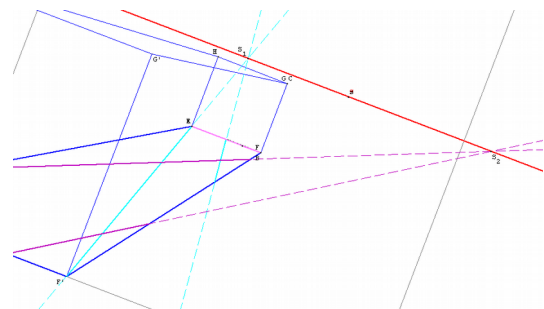
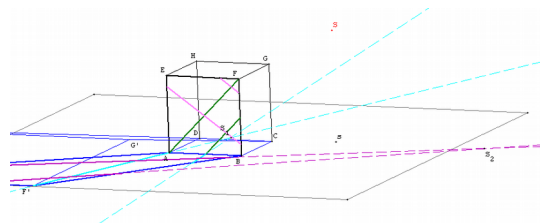
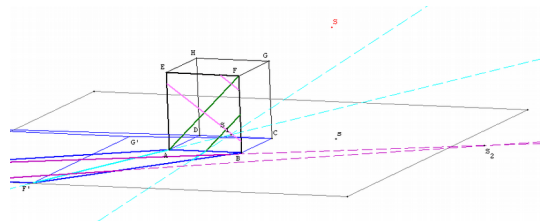
On a remarqué que deux droites parallèles sur la face ne l'étaient pas forcément sur l'ombre. (9)



Vue de dessus :



Si on prend deux autres droites parallèles sur la face ABFE, leurs ombres ne le sont pas ; en revanche tous les points d'intersection des ombres sont alignés. (10)



Notes d'éditons

- (1) Précisons que le cube est posé sur le plan où l'ombre se projette. On pourrait imaginer que ce n'est pas nécessairement toujours le cas (par exemple un cube suspendu au plafond).
- (2) On suppose que le cube est posé sur la face de sommets A,B,C,D, comme sur la figure.
- (3) On pourrait s'interroger sur cette affirmation, qui résulte d'une observation intéressante : pourquoi la droite (SE) coupe-t-elle le plan de projection ? Est-ce toujours possible ? Est-ce toujours un point ? Dans ce cas, si on appelle E' ce point, pourquoi les points s, A, et E' sont-ils alignés ?
- (4) Il est préférable de lire d'abord le début de la partie « Quelques propriétés de l'ombre » avant d'aborder la seconde partie. L'éditeur regrette qu'il n'y ait pas un dessin de face de l'ombre obtenue.
- (5) Nous avons besoin de connaître d'abord la forme de l'ombre : elle est constituée de 2 carrés de côtés 2 à 2 parallèles et de segments joignant les sommets correspondants. (voir le dessin ci-dessous).
- (6) D'après la partie qui suit, on observe que les projetés des arêtes ne sont pas toujours parallèles. Mais cela ne permet pas d'affirmer que les droites qui les prolongent sont concourantes, mais il s'agit d'une propriété remarquable. On pourrait le démontrer.
- (7) Là encore, dire que le point de concours est le projeté du point s est une observation intéressante. Elle n'est pas nécessaire pour trouver S, d'après ce qui suit.

(8) On remarque que la projection « grossit » certaines formes : cela fait partie des propriétés qu'on peut mettre dans la partie suivante. On pourrait expliquer ce phénomène en dessinant la manière d'obtenir la projection d'une arête. On pourra distinguer les arêtes parallèles au plan de celles qui ne le sont pas.

(9) C'est une remarque judicieuse, qu'on pourrait faire pour certaines arêtes. La figure est un peu difficile à comprendre ici.

D'autre part, on pourrait remarquer et démontrer que la projection d'une arête parallèle au plan de projection est parallèle à cette arête (et de longueur plus grande).

(10) On observe ici que l'ombre de 2 droites parallèles sur une face verticale au plan ne sont pas parallèles, donc elles sont sécantes. En regardant les points d'intersection des ombres d'autres droites parallèles de la même face, on constate qu'ils sont tous alignés. Il faudrait étudier des cas particuliers pour voir si c'est toujours vrai. Il semble sur le dessin que s'il soit sur cette droite, il serait bien d'étudier d'autres exemples pour savoir si c'est toujours le cas.

