

Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

# Jeu et stratégie gagnante :

## SCOTLAND YARD

Année 2023 – 2024

Olivier Ouadhi Allard

Établissement : Lycée polyvalent Raynouard, Brignoles

Enseignant-e(s) : Nelly Mourau, Denis Guicheteau

Chercheur-Chercheuse(s) : Thierry Champion, Labo IMATH et Frédéric Havet, INRIA.

### 1. Introduction

Nous allons chercher s'il est possible de trouver une stratégie gagnante pour le jeu Scotland Yard si on joue les gendarmes : le jeu se déroule sur un maillage (1) et l'objectif des gendarmes est d'attraper le voleur. Chacun se déplace à son tour de jeu.

#### 1.1. Présentation du sujet

Il faut commencer à définir les règles du jeu, elles sont très simples :

- C'est le gendarme qui se place en premier.
- C'est ensuite au tour du voleur de se placer et le gendarme voit sa position de départ, puis il disparaît de la vue des gendarmes.
- C'est le gendarme qui commence à jouer. (2)
- Le gendarme et le voleur ont l'obligation de jouer et ne peuvent pas passer leur tour pour rester sur leur position.

Nous voulons déterminer le nombre minimal de gendarmes ainsi que leurs déplacements afin d'attraper le voleur à tous les coups.

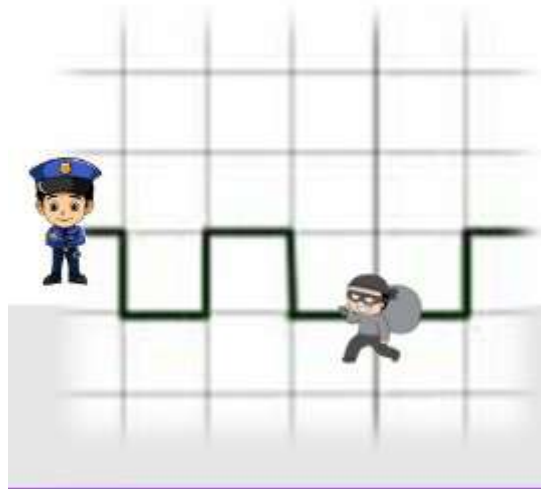
Nous allons tester sur différents plateaux de jeu comme des chemins ; des carrés avec ou sans diagonales, et des rectangles.

Nous nous sommes posé la question : Combien de gendarmes faut-il et comment les positionner pour attraper le voleur en 1 coup.

### 2. Résultats

Pour déterminer une stratégie gagnante dans le premier cas, j'ai fait des tests dans différents types de situations.

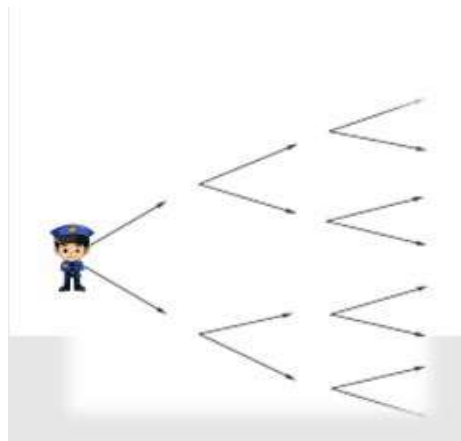
## 1. Avec un chemin



Un gendarme suffit. Il finit forcément par attraper le voleur où qu'il se place. En effet, le voleur n'a pas de possibilité de fuite dans ce cas de figure. Le gendarme a juste à se diriger dans la direction du voleur pour réussir à l'attraper.

## 2. Avec une ramification en arbre

3.

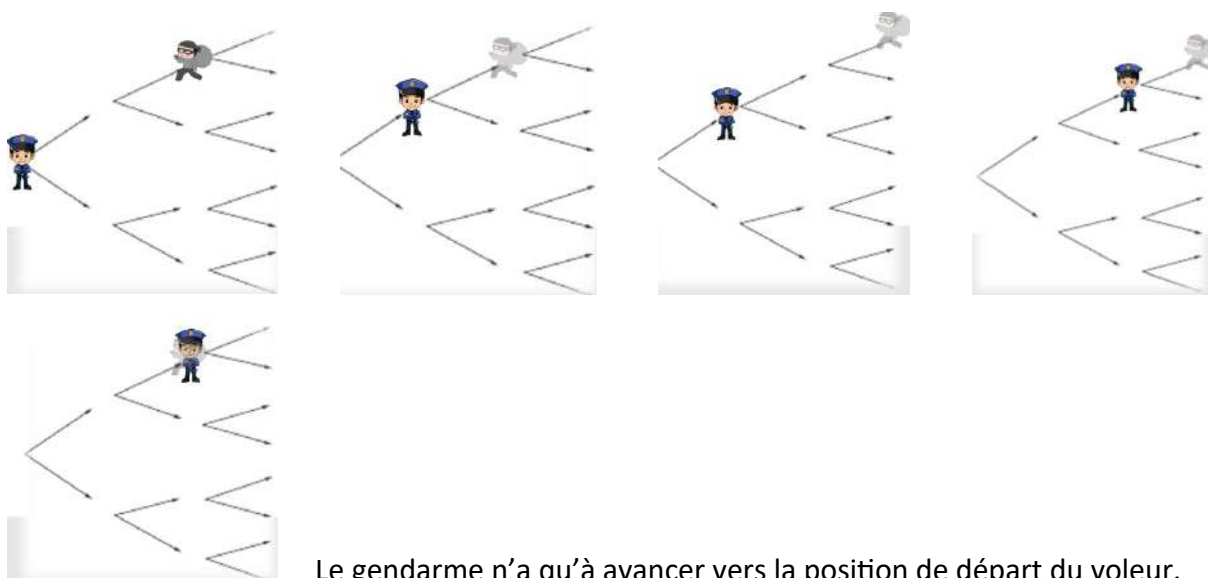


Avec 3 niveaux de profondeur : cela est différent puisque le voleur a beaucoup plus de choix de déplacements. Il faut donc opter pour une stratégie qui fonctionne à tous les coups. Nous allons donc placer le gendarme de façon stratégique, c'est-à-dire tout en haut de l'arbre.

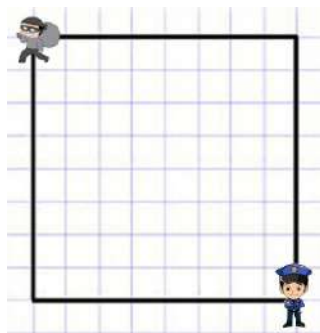
Quel que soit le positionnement du voleur, il se fera attraper en quatre déplacements.

Ceci est possible car l'arbre n'a que 3 niveaux de profondeur. S'il est plus profond, il faut plus de gendarmes. **(3)**

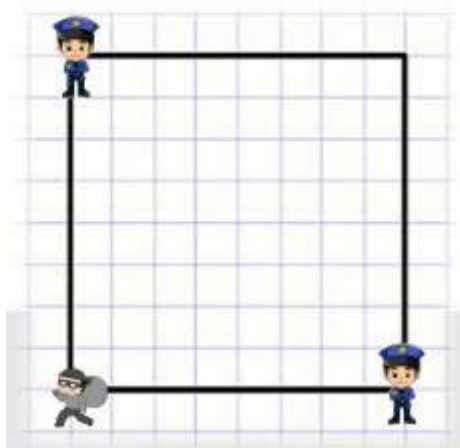
Exemple de partie :



#### 4. Sur une boucle (par exemple un carré)



Avec un carré il sera impossible pour un seul gendarme d'attraper le voleur tout seul. le gendarme tournerait en rond.



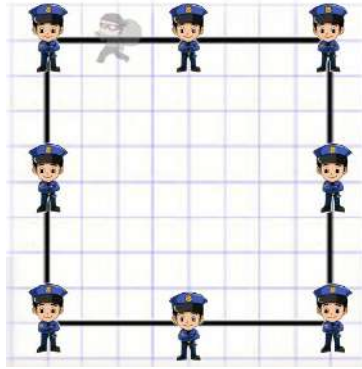
Il faut 2 gendarmes. Si on les positionne en diagonale, on l'attrapera à coup sûr.

Pour trouver le nombre de coups sans avoir à faire tout le processus, il suffit de faire :

- Compter le nombre de carreaux qui séparent les deux gendarmes.
- On divise par deux ce nombre : ce nombre correspond au nombre maximum de déplacements à faire avec les gendarmes.

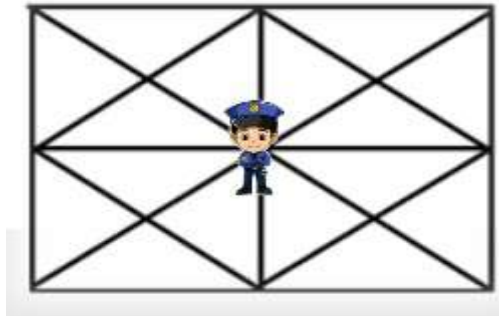
Ici on compte 16 carreaux entre les deux gendarmes, et donc il faudra au plus 8 déplacements de gendarmes pour attraper le voleur.

Si on veut diminuer le nombre de déplacements, il faut augmenter le nombre de gendarmes :



Avec 8 gendarmes, il nous faut au maximum 2 coups ici.

5. Sur un carré (ou rectangle) avec des diagonales et des médiatrices :



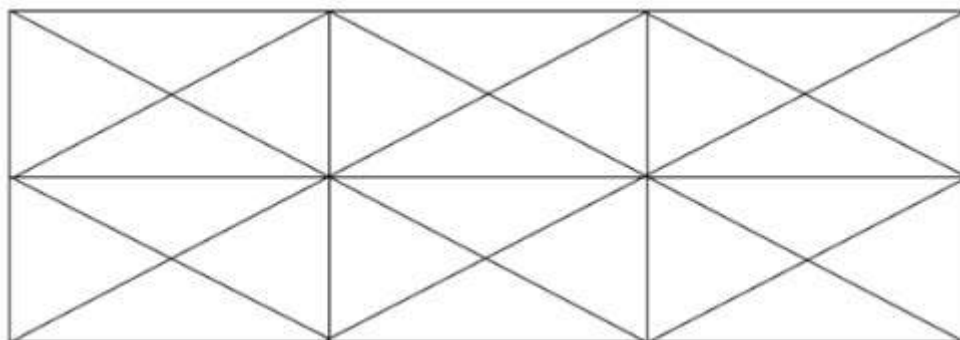
Il faut un seul gendarme pour attraper le voleur où qu'il se place.

Les quatre intersections qui se forment entre les sommets et le gendarme ne sont pas considérées comme des points sur lesquels le gendarme et le voleur peuvent se placer.

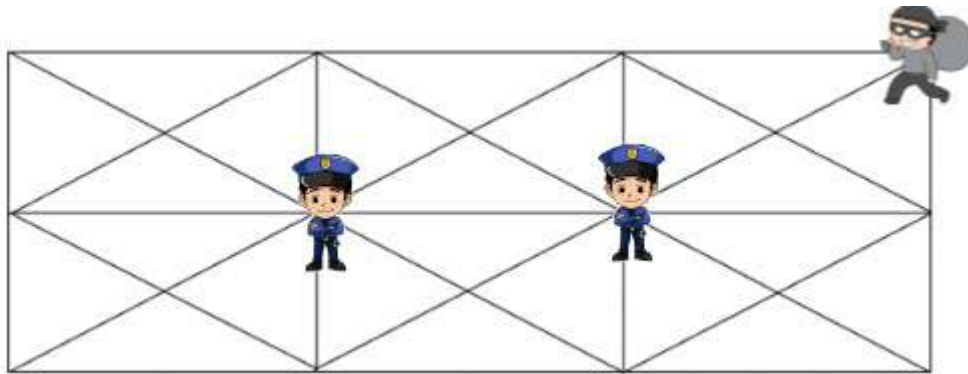
Nous pouvons donc constater que le gendarme a besoin d'un seul déplacement pour attraper le voleur quelle que soit sa position.

6. Sur un rectangle avec des diagonales

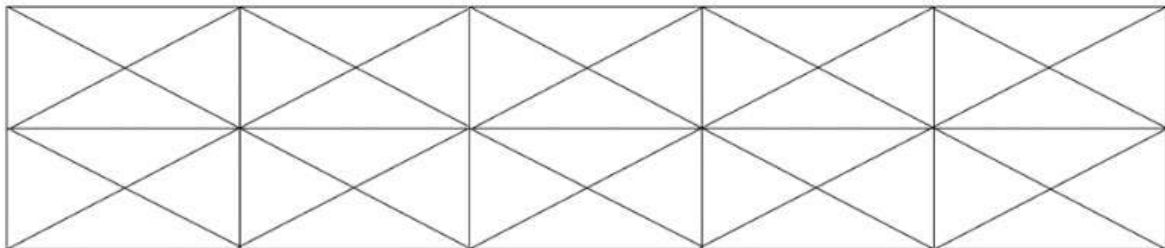
Que se passe-t-il si on ajoute des colonnes à notre configuration précédente ?



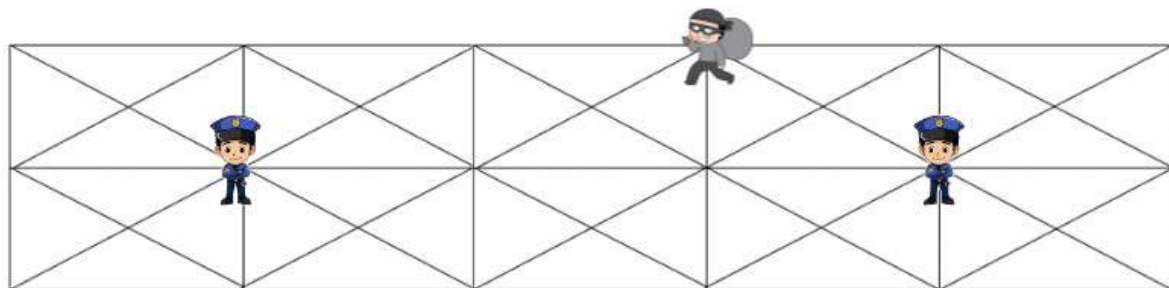
Dans ce cas là, il n'y a pas vraiment de point central, donc il sera impossible d'attraper le voleur en un coup. Nous plaçons donc un gendarme sur chaque point central. Il nous faut donc deux gendarmes pour attraper le voleur en un coup.



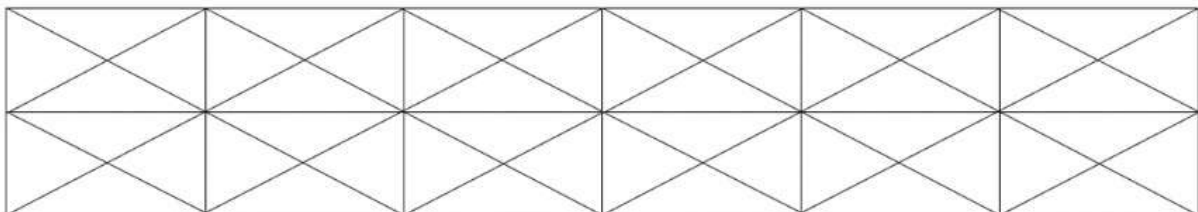
On peut se dire de ce fait qu'il suffit de mettre autant de gendarmes que de points centraux si on augmente la taille de ce rectangle.



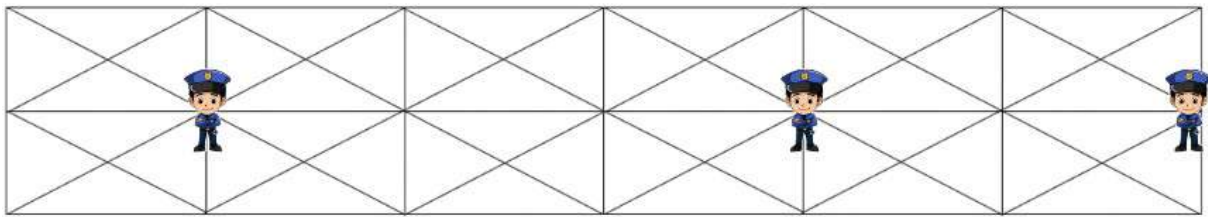
Mais on se rend compte que deux gendarmes suffisent encore :



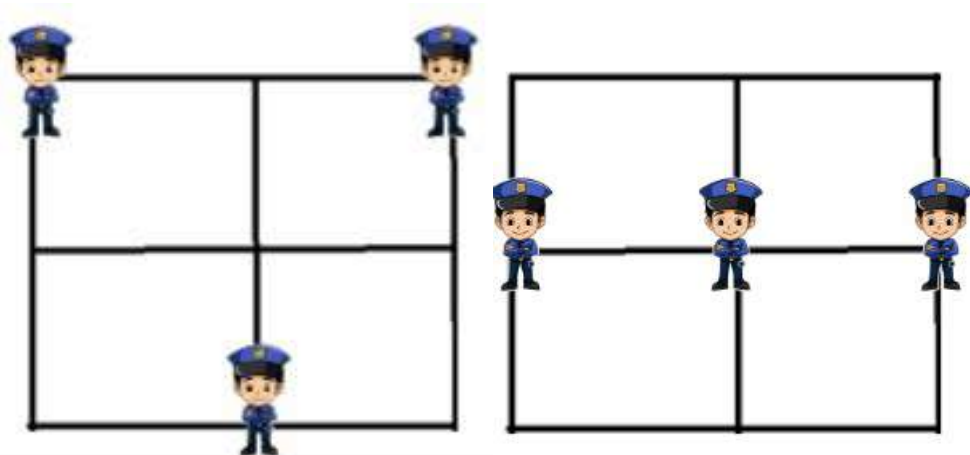
En observant la configuration, nous avons remarqué que chaque gendarme pouvait garder 2 colonnes, soit 3 segments verticaux. Ainsi il suffit de compter les segments verticaux de notre configuration et de diviser ce nombre par 3. On prend alors la valeur approchée par excès et cela nous donne le nombre de gendarmes à placer.



Avec la configuration ci-dessus, il y a 7 segments verticaux, or  $7/3 \approx 2,33$ . Ainsi il faut prendre 3 gendarmes pour attraper le voleur du premier coup.



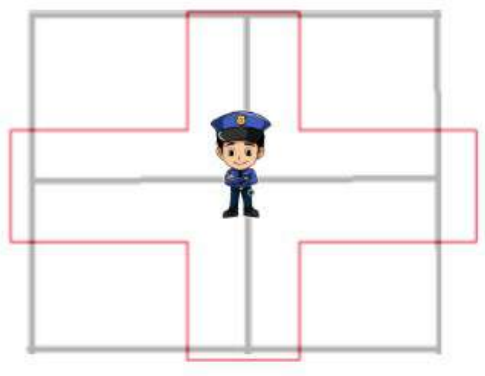
7. Avec un carré sans diagonales



Pour cette configuration, il y a plusieurs méthodes possibles, elles mènent cependant presque toutes à trois gendarmes pour ce type de carré.

Nous remarquons que les gendarmes vont attraper le voleur en un seul déplacement en se positionnant de cette manière.

Pour savoir comment placer les gendarmes, on regarde le nombre d'emplacements que peut garder un gendarme :



Un gendarme peut garder jusqu'à 5 emplacements.

Mais s'il est sur le côté, il ne peut en garder que 4 voire 3 s'il est dans un coin.

Ainsi, comme il y a 9 emplacements possibles dans cette configuration, on aurait besoin entre  $9/5 \approx 1,8$  soit 2 gendarmes et  $9/3=3$  gendarmes.

Mais ce calcul ne prend pas en compte que certaines positions sont recouvertes plusieurs fois. **4**

### 3. Conclusion

Pour conclure, il reste une infinité de possibilités à explorer pour trouver toutes les possibilités gagnantes de ce jeu. Selon les différentes configurations on pourra chercher le nombre minimum de gendarmes pour attraper le voleur.

J'aimerais aussi poursuivre sur la voie du pavage, comme pour la dernière configuration pour voir s'il est possible de trouver des pavages réguliers et qui nous donne le nombre de gendarmes minimum sur un grand quadrillage.

#### Notes d'édition

(1) Plutôt que maillage, le plateau de jeu représente un parcours (chemin, arbre, quadrillage, etc...) sur lequel se déplacent les gendarmes et le voleur.

(2) Il faut préciser que le voleur et le gendarme se déplacent d'une case à la fois et qu'ils peuvent faire demi-tour.

(3) Un exemple avec un dessin aurait été le bienvenu.

(4) Certaines positions sont recouvertes plusieurs fois mais certaines positions ne sont pas du tout recouvertes. Avec ce calcul :  $9/5 = 1,8$  mais 2 gendarmes ne suffisent pas comme il est dit plus haut (« les configurations mènent à 3 gendarmes »), donc ce raisonnement ne convient pas pour ce genre de configurations.