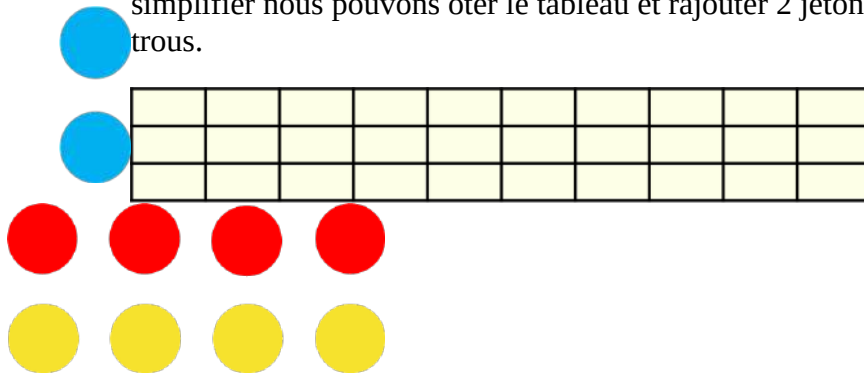


Les jetons sauteurs

Introduction :

Le sujet des jetons sauteurs se déroule en deux parties : la première partie comporte les règles du jeu, la solution trouvée « au hasard » puis la démonstration avant de conclure ; dans la seconde partie, certaines possibilités supplémentaires avec plusieurs solutions sont évoquées afin de conclure l'entièreté du projet.

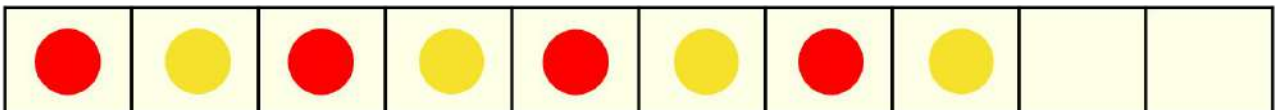
Pour jouer il faut : un tableau de 10 colonnes, 4 jetons rouges et 4 jetons jaunes. Pour simplifier nous pouvons ôter le tableau et rajouter 2 jetons bleus qui correspondent aux 2 trous.



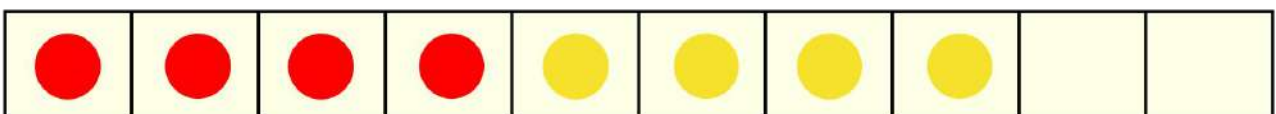
Objectif :

Nous partons d'une position initiale en alternance rouge/jaune avec les deux trous à la fin pour aboutir à la position finale de 4 rouges suivis des 4 jaunes et enfin les 2 trous. On souhaite réaliser la combinaison à l'aide du moins de coups possibles.

Position initiale



Position finale



Déplacements :

La première ligne représente la combinaison initiale. Il existe une seule manière de se déplacer en mettant deux jetons consécutifs dans les trous (comme montré à la ligne 2), nous ne pouvons pas déplacer un unique jeton (voir ligne 3) ou encore intervertir deux paires comme les jetons 2-3 avec les jetons 7-8 à la ligne 4.

La première solution « au hasard » :

Au départ, nous avons essayé sans réellement avoir de stratégie. Donc nous essayons d'avoir le moins de coups possibles. Nous avons trouvé une solution en 6 coups.

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1			4	5	6	7	8	2	3
2	1	5	6	4			7	8	2	3
3	1	5	6	4	2	3	7	8		
4	1	5			2	3	7	8	6	4
5	1	5	3	7	2			8	6	4
6 Final	1	5	3	7	2	6	4	8		

Démonstration :

Pour simplifier la démonstration nous l'avons faite dans un tableur. Nous avons pris la position initiale puis nous avons cherché tous les premiers coups possibles.

Initial	I									
1ème coup possible	1A									
	1B									
	1C									
	1D									
	1E									
	1F									

Ensuite à partir des premiers coups nous avons cherché les deuxièmes coups que nous avons regroupé car certains étaient des aboutissements qui ne partaient pas de la même combinaison au premier coup. Les cases violettes signifient qu'il s'agit de la combinaison initiale qui revient, les cases vertes correspondent aux premiers coups possibles.

2ème coup possible en partant de 1A	1A 2A		
	1A 2B		
	1A 2C		
	1A 2D		
	1A 2E		
	1A 2F		
2ème coup possible en partant de 1B	1B 2A		
	1B 2B		
	1B 2C		
	1B 2D		
	1B 2E		
	1B 2F		
2ème coup possible en partant de 1C	1C 2A		
	1C 2B		
	1C 2C		
	1C 2D		
	1C 2E		
	1C 2F		
2ème coup possible en partant de 1D	1D 2A		
	1D 2B		
	1D 2C		
	1D 2D		
	1D 2E		
	1D 2F		
2ème coup possible en partant de 1E	1E 2A		
	1E 2B		
	1E 2C		
	1E 2D		
	1E 2E		
	1E 2F		
2ème coup possible en partant de 1F	1F 2A		
	1F 2B		
	1F 2C		
	1F 2D		
	1F 2E		
	1F 2F		

1B 2A; 1D 2A; 1F 2A	
1C 2A	
1E 2A	
1D 2B	
1F 2B	
1E 2C	
1F 2D	
1A 2B	
1B 2C	
1A 2D	
1C 2D	
1A 2E	
1B 2E	
1C 2E	
1D 2E	
1E 2E	

Nous avons ensuite pris notre regroupement avec le coup numéro deux pour trouver toutes les possibilités au coup trois.

Comme précédemment, le violet correspond à la position initiale, le vert aux premiers coups et les gris correspondent aux deuxièmes coups. Les cases orange représentent les coups qui n'auraient même pas eu besoin d'être représentés car ils reviennent en arrière puisqu'ils découlent d'un retour au premier coup. Nous avons finalement regroupé toutes les possibilités qui réapparaissaient par différents chemins.

3ème coup possible en partant de 1C 2A	1C 2A 3A 1C 2A 3B 1C 2A 3C 1C 2A 3D 1C 2A 3E 1C 2A 3F 1C 2A 3G		
3ème coup possible en partant de 1B 2A, 1D 2A, 1F 2A	1B/D/F 2A 3A 1B/D/F 2A 3B 1B/D/F 2A 3C 1B/D/F 2A 3D 1B/D/F 2A 3E 1B/D/F 2A 3F 1B/D/F 2A 3G		
3ème coup possible en partant de 1E 2A	1E 2A 3A 1E 2A 3B 1E 2A 3C 1E 2A 3D 1E 2A 3E 1E 2A 3F 1E 2A 3G		
3ème coup possible en partant de 1F 2B	1F 2B 3B 1F 2B 3C 1F 2B 3D 1F 2B 3E 1F 2B 3F		
3ème coup possible en partant de 1C 2B, 1E 2B	1C/E 2B 3A 1C/E 2B 3B 1C/E 2B 3C 1C/E 2B 3D 1C/E 2B 3E 1C/E 2B 3F		
3ème coup possible en partant de 1D 2B	1D 2B 3A 1D 2B 3B 1D 2B 3C 1D 2B 3D 1D 2B 3E 1D 2B 3F		
3ème coup possible en partant de 1D 2C, 1F 2C	1D/F 2C 3A 1D/F 2C 3B 1D/F 2C 3C 1D/F 2C 3D 1D/F 2C 3E 1D/F 2C 3F		
3ème coup possible en partant de 1E 2C	1E 2C 3A 1E 2C 3B 1E 2C 3C 1E 2C 3D 1E 2C 3E 1E 2C 3F		
3ème coup possible en partant de 1A 2A, 1E 2D	1A 2A; 1E 2D 3A 1A 2A; 1E 2D 3B 1A 2A; 1E 2D 3C 1A 2A; 1E 2D 3D 1A 2A; 1E 2D 3E 1A 2A; 1E 2D 3F		
3ème coup possible en partant de 1F 2D	1F 2D 3A 1F 2D 3B 1F 2D 3C 1F 2D 3D 1F 2D 3E 1F 2D 3F		
3ème coup possible en partant de 1A 2B	1A 2B 3A 1A 2B 3B 1A 2B 3C 1A 2B 3D 1A 2B 3E 1A 2B 3F		
3ème coup possible en partant de 1B 2B, 1F 2E	1B 2B, 1F 2E 3A 1B 2B, 1F 2E 3B 1B 2B, 1F 2E 3C 1B 2B, 1F 2E 3D 1B 2B, 1F 2E 3E 1B 2B, 1F 2E 3F		
3ème coup possible en partant de 1A 2C, 1C 2C	1A/C 2C 3A 1A/C 2C 3B 1A/C 2C 3C 1A/C 2C 3D 1A/C 2C 3E 1A/C 2C 3F		
3ème coup possible en partant de 1B 2C	1B 2C 3A 1B 2C 3B 1B 2C 3C 1B 2C 3D 1B 2C 3E 1B 2C 3F		
3ème coup possible en partant de 1A 2D	1A 2D 3A 1A 2D 3B 1A 2D 3C 1A 2D 3D 1A 2D 3E 1A 2D 3F		

3ème coup possible en partant de 1B 2D, 1D 2D	1B/D 2D 3A 1B/D 2D 3B 1B/D 2D 3C 1B/D 2D 3D 1B/D 2D 3E 1B/D 2D 3F		
3ème coup possible en partant de 1C 2D	1C 2D 3A 1C 2D 3B 1C 2D 3C 1C 2D 3D 1C 2D 3E 1C 2D 3F		

3ème coup possible en partant de 1A 2E	1A 2E 3A 1A 2E 3B 1A 2E 3C 1A 2E 3D 1A 2E 3E 1A 2E 3F		
--	--	--	--

3ème coup possible en partant de 1B 2E	1B 2E 3A 1B 2E 3B 1B 2E 3C 1B 2E 3D 1B 2E 3E 1B 2E 3F		
--	--	--	--

3ème coup possible en partant de 1C 2E	1C 2E 3A 1C 2E 3B 1C 2E 3C 1C 2E 3D 1C 2E 3E 1C 2E 3F		
--	--	--	--

3ème coup possible en partant de 1D 2E	1D 2E 3A 1D 2E 3B 1D 2E 3C 1D 2E 3D 1D 2E 3E 1D 2E 3F		
--	--	--	--

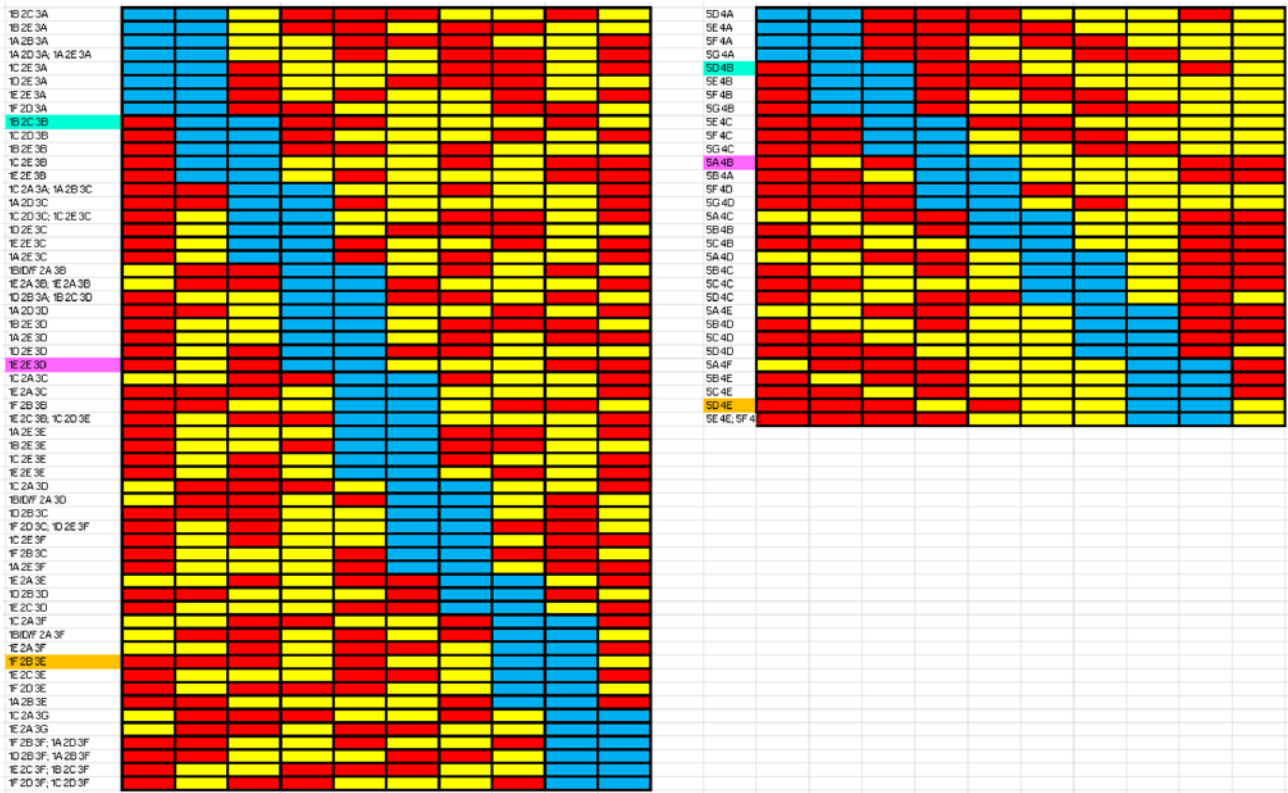
3ème coup possible en partant de 1E 2E	1E 2E 3A 1E 2E 3B 1E 2E 3C 1E 2E 3D 1E 2E 3E 1E 2E 3F		
--	--	--	--

1B 2C 3A									
1B 2E 3A									
1A 2B 3A									
1A 2D 3A; 1A 2E 3A									
1C 2E 3A									
1D 2E 3A									
1E 2E 3A									
1F 2D 3A									
1B 2C 3B									
1C 2D 3B									
1B 2E 3B									
1C 2E 3B									
1E 2E 3B									
1C 2A 3A; 1A 2B 3C									
1A 2D 3C									
1C 2D 3C; 1C 2E 3C									
1D 2E 3C									
1E 2E 3C									
1A 2E 3C									
1B/D/F 2A 3B									
1E 2A 3B; 1E 2A 3B									
1D 2B 3A; 1B 2C 3D									
1A 2D 3D									
1B 2E 3D									
1A 2E 3D									
1D 2E 3D									
1E 2E 3D									
1C 2A 3C									
1E 2A 3C									

5D 4A	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Yellow
5D 4B	Red	Blue	Blue	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow
5D 4C	Blue	Yellow	Blue	Red	Yellow	Yellow	Blue	Red	Yellow
5D 4D	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5D 4E	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5D 4F	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5E 4A	Blue	Blue	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5E 4B	Red	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5E 4C	Red	Red	Blue	Blue	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5E 4D	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5E 4E	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5E 4F	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5F 4A	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5F 4B	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5F 4C	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5F 4D	Red	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Blue	Blue
5F 4E	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5F 4F	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5G 4A	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow
5G 4B	Red	Blue	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow
5G 4C	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow
5G 4D	Red	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Blue	Blue
5G 4E	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5G 4F	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Yellow

5D 4A	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Yellow
5E 4A	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5F 4A	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5G 4A	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow
5D 4B	Red	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Yellow
5E 4B	Red	Blue	Blue	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5F 4B	Red	Blue	Blue	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5G 4B	Red	Blue	Blue	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5E 4C	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5F 4C	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5G 4C	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow
5A 4B	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red
5B 4A	Red	Yellow	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Red
5F 4D	Red	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5G 4D	Red	Red	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow
5A 4C	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red
5B 4B	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red
5C 4B	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red
5A 4D	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red
5B 4C	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red
5C 4C	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Red
5D 4C	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Red	Yellow
5A 4E	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Red
5B 4D	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Red
5C 4D	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Red
5D 4D	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5A 4F	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Red
5B 4E	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Red
5C 4E	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Red
5D 4E	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Yellow
5E 4E; 5F 4E	Red	Yellow	Red	Blue	Blue	Yellow	Blue	Blue	Yellow

Nous avons comparé les tableaux récapitulatifs du troisième coup et des antépénultièmes coups, ce qui nous a permis de nous rendre compte que certaines combinaison étaient les mêmes. Elles sont indiquées par le surlignage en bleu-vert, rose et orange dans les tableaux suivants.



Conclusion:

Nous avons finalement réussi à démontrer que la combinaison ne se terminait pas avec six coups pour la manière la plus courte mais en cinq et qu'en plus il existe même trois solutions différentes.

$$1B\ 2C\ 3B - 5D + B$$

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2			5	6	7	8	3	4
2	1	2	6	7	5			8	3	4
3	1			7	5	2	6	8	3	4
4	1	7	5			2	6	8	3	4
5	1	7	5	3	4	2	6	8		

1E 2E 3D - 5A 4B

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3	4	5			8	6	7
2	1	2	3	4	5	8	6			7
3	1	2	3			8	6	4	5	7
4			3	1	2	8	6	4	5	7
5	5	7	3	1	2	8	6	4		

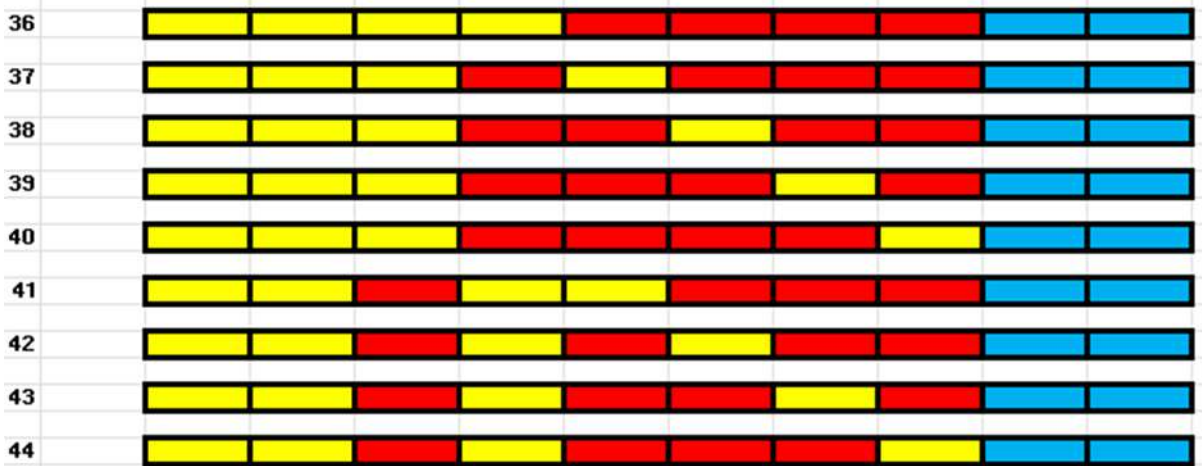
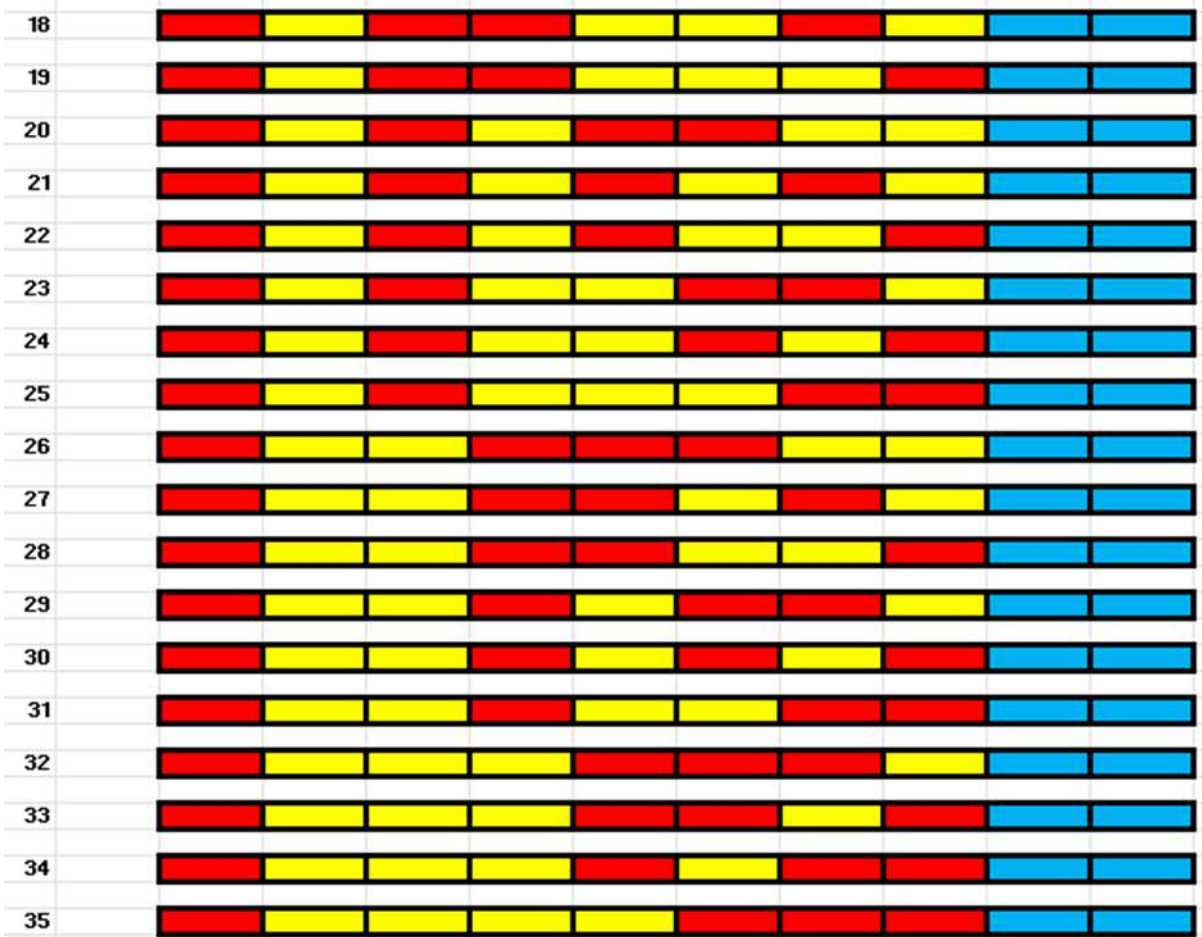
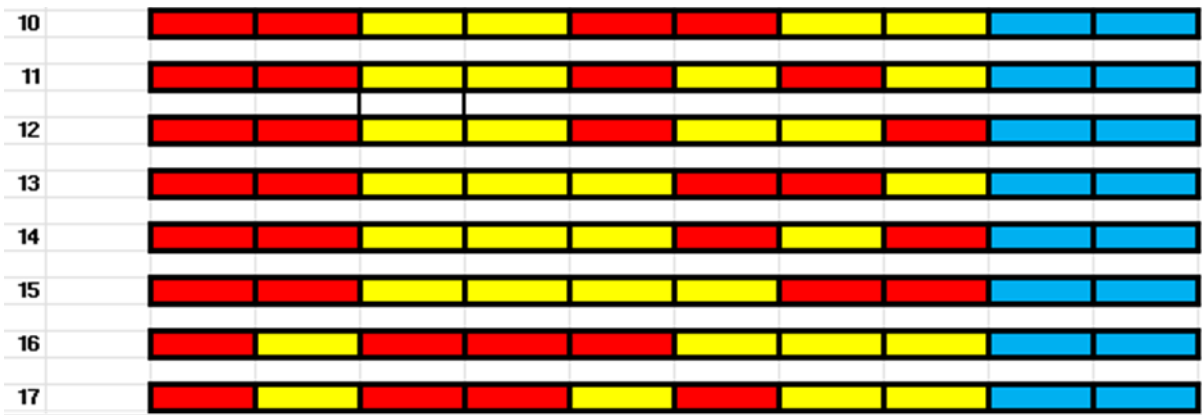
1F 2B 3E - 5D 4E

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3	4	5	6		7	8	
2	1			4	5	6	2	3	7	8
3	1	3	7	4	5	6	2			8
4	1	3	7			6	2	4	5	8
5	1	3	7	5	8	6	2	4		

Pour aller plus loin... :

Pour pousser la recherche plus loin, nous avons cherché toutes les combinaisons se finissant avec les deux trous à la fin. Il en existe 70 au total.

1	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow	Blue	Blue
2	Red	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Blue	Blue
3	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
4	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
5	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue
6	Red	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Blue	Blue
7	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
8	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
9	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue



45	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Red	Blue	Blue
46	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Red	Blue	Blue
47	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Blue	Blue
48	Yellow	Yellow	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue
49	Yellow	Yellow	Red	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Blue	Blue
50	Yellow	Yellow	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
51	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Red	Red	Blue	Blue
52	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Red	Yellow	Red	Red	Blue	Blue
53	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow	Red	Blue	Blue
54	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Red	Red	Red	Yellow	Blue	Blue
55	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Red	Blue	Blue
56	Yellow	Red	Yellow	Red	Yellow	Red	Yellow	Red	Blue	Blue
57	Yellow	Red	Yellow	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Blue	Blue
58	Yellow	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue
59	Yellow	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Blue	Blue
60	Yellow	Red	Yellow	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
61	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Red	Blue	Blue
62	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Yellow	Red	Blue	Blue
63	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Red	Yellow	Blue	Blue
64	Yellow	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue
65	Yellow	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Red	Yellow	Blue	Blue
66	Yellow	Red	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
67	Yellow	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Red	Blue	Blue
68	Yellow	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Red	Yellow	Blue	Blue
69	Yellow	Red	Red	Red	Yellow	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue
70	Yellow	Red	Red	Red	Red	Yellow	Yellow	Yellow	Blue	Blue

Solutions supplémentaires :

Nous avons trouvé les solutions de six combinaisons de plus, ces solutions ont été trouvées dans la démonstration principale qui correspondait au but initial. Certaines combinaisons n'ont qu'une possibilité sur la démonstration principale, d'autres en ont deux mais elles ont des similitudes puisque les mêmes jetons sont déplacés, nonobstant pas dans le même ordre. Voici tout d'abord les noms des six combinaison, puis les tableaux en une solution, ainsi que ceux en deux expliquées pas les formes géométriques roses et vertes, les trois dernières combinaisons ne sont pas expliquées puisqu'il s'agit de la même technique.

68	●	●	●	●	●	●	●		
66	●	●	●	●	●	●	●		
12	●	●	●	●	●	●	●		
13	●	●	●	●	●	●	●		
26	●	●	●	●	●	●	●		
19	●	●	●	●	●	●	●		

COMBINAISON 68

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3			6	7	8	4	5
2			3	1	2	6	7	8	4	5
3	4	5	3	1	2	6	7	8		

COMBINAISON 66

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3	4	5			8	6	7
2			3	4	5	1	2	8	6	7
3	6	7	3	4	5	1	2	8		

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1			4	5	6	7	8	2	3
2	1	7	8	4	5	6			2	3
3	1	7	8	4	5	6	2	3		

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3	4	5	6			7	8
2	1			4	5	6	2	3	7	8
3	1	7	8	4	5	6	2	3		

COMBINAISON 13

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3	4			7	8	5	6
2	1			4	2	3	7	8	5	6
3	1	5	6	4	2	3	7	8		

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1			4	5	6	7	8	2	3
2	1	5	6	4			7	8	2	3
3	1	5	6	4	2	3	7	8		

COMBINAISON 26

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3	4	5			8	6	7
2	1	2			5	3	4	8	6	7
3	1	2	6	7	5	3	4	8		

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2			5	6	7	8	3	4
2	1	2	6	7	5			8	3	4
3	1	2	6	7	5	3	4	8		

COMBINAISON 19

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3	4	5	6			7	8
2	1	2	3			6	4	5	7	8
3	1	2	3	7	8	6	4	5		

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	1	2	3			6	7	8	4	5
2	1	2	3	7	8	6			4	5
3	1	2	3	7	8	6	4	5		

En conclusion, nous pensons que la solution de départ utiliserait 6 coups mais elle peut en réalité se finir en 5 coups. En faisant la démonstration nous avons pu remarquer que certaines combinaisons ne servent à rien mais aussi que certaines combinaisons sont plus rapides à résoudre que d'autres.

Ce projet a été réalisé par Fanise-Lintz Eva, Gressier Candice, Schmitt Gwendoline et Zins-Reuteunauer Hugo, élèves de seconde et de première au Lycée Georges-Imbert de Sarre-Union (Bas-Rhin, France).