

Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

LES JOURS FÉRIÉS TOMBENT ILS SOUVENT LE WEEK-END ?

Année 2023-2024

Lyra Berthelot, Idriss Moimba, Loane Mazars, Eva Luna Del Jesus, élèves de troisième
Tanguy Beucher, Milan Thomas, élèves de première

Établissements : Lycée Raymond Savignac Villefranche de Rouergue,
Collège Georges Pompidou Cajarc

Enseignants : Philippe Labit, Arnaud Bédurier, Sandrine Vernhet, Laurent Thomas

Chercheuse : Martine Klughertz, IRES - Université Paul Sabatier, Toulouse

1. Introduction au sujet

1.1. Introduction et problématique

Nous avons souvent l'impression que les jours fériés tombent (trop) souvent le week-end. Nous chercherons à analyser la répartition de ces jours fériés dans la semaine pour savoir si cette impression en est bien une et combien de jours fériés minimum et maximum tombent le week-end dans la même année.

Pour cela, nous devons trouver un moyen de prévoir si un jour férié tombe un week-end ou non, puis chercher des régularités d'apparition et enfin utiliser ces conclusions pour répondre au sujet.

1.2. Résultats

Nous avons pu mettre au point deux propriétés, l'une concernant la répartition des jours de la semaine des huit jours fériés dans une année qui nous a permis d'affirmer qu'il y a toujours entre 1 et 4 (compris) jours fériés qui tombent le week-end dans une année, et une autre qui démontre que ce sont toujours les 400 mêmes années qui se répètent indéfiniment, ce qui nous permet de savoir exactement quel est le taux d'apparition des jours fériés le week-end.

2. Termes principaux du sujet

2.1. Jours fériés

Le calendrier français compte 11 jours fériés. Parmi eux, trois (le lundi de Pâques, le jeudi de l'Ascension et le lundi de Pentecôte) sont à jours fixes dans la semaine. Ainsi, on considère qu'il n'est pas intéressant de les prendre en compte : nous ne retenons donc que les jours fériés dont la position dans la semaine varie, qui sont le 1^{er} janvier, le 1^{er} mai, le 8 mai, le 14 juillet, le 15 août, le 1^{er} novembre, le 11 novembre et le 25 décembre.

2.2. L'apparition des années bissextiles

Une année classique comporte 365 jours. Cependant, certaines en comportent un de plus : ce sont les années bissextiles, qui apparaissent pour toutes les années multiples de 4, excepté celles qui sont multiples de 100 mais pas de 400. Exemples : 2024 est bissextile car multiple de 4, 2100 n'est pas bissextile car c'est un multiple de 100 mais pas de 400 et 2000 est bissextile car multiple de 400.

3. Calculer le jour de la semaine d'un jour férié en une année donnée

Dans cette partie, l'objectif est de développer une méthode pour calculer le jour de la semaine d'un jour férié donné en une année donnée. Cette méthode servira à démontrer les théorèmes obtenus, et sera convertie en un programme informatique qui permettra d'obtenir de grandes plages de données et d'établir des statistiques qui permettront de répondre au sujet.

3.1. Un modèle théorique : la bande infinie

Nous nous baserons premièrement sur un modèle qui se fait étape par étape : on imagine une liste contenant les jours de la semaine (Lundi, mardi, ...) indéfiniment (lorsqu'on arrive au dimanche, on reprend au lundi). Nous prenons une année de référence, dans ce cas 2000 car c'est un multiple de 400, ce qui permet de faire une «remise à zéro» vis-à-vis des règles d'apparition des années bissextiles, et nous positionnons chaque jour férié sur cette liste en fonction du jour de la semaine qu'il occupe dans cette année de référence. Ensuite, chaque année jusqu'à l'année donnée on va observer si l'année est composée de 365 jours ou de 366. Dans le premier cas, elle est donc composée de 52 semaines plus un jour, dans le deuxième de 52 semaines et deux jours. Ainsi, chaque année non-bissextile on avancera le jour férié d'une place dans la liste, et chaque année bissextile de deux places.

Exemple : en 2022, le 8 mai était un dimanche. Quel jour sera-t-il en 2025 ? Appliquons la méthode : 2023 est non-bissextile, on avance de un jour : on sera donc le lundi. 2024 est bissextile : on avance de deux jours, on sera le mercredi. 2025 est non-bissextile : on avance de un jour, et on obtient le jeudi. On sait donc grâce à cette méthode qu'en 2025 le 8 mai sera un jeudi.

Il reste un seul problème avec cette méthode : le 1^{er} janvier est le seul jour férié qui apparaît avant le 29 février : ainsi, s'il est dans une année bissextile, il n'avance que d'une place et s'il est l'année suivant une année bissextile il avance de deux places. Pour le gérer, on ne regarde que l'année de fin du programme : si elle n'est pas bissextile, on avance le jour férié d'une place, car il va ressentir une année bissextile de plus que les autres.

3.2. Simplifier le programme et améliorer les performances

Cependant, ce modèle présente deux défauts majeurs : il est quasi-inutilisable par l'être humain (en tout cas pour une année éloignée de l'an 2000) et il est peu performant pour une machine si l'on veut calculer un seul jour férié sur une seule année : son seul avantage en terme de performances est si on veut calculer le jour de la semaine du jour férié sur une période et pas une seule année. L'objectif de cette partie est donc d'expliquer comment nous avons simplifié le programme pour qu'il ne se limite plus qu'à quelques calculs élémentaires. Pour cela, nous voulons directement calculer le nombre de places dont il faut avancer dans la liste à l'aide d'un programme de calcul, et l'ajouter en une seule fois. Nous nous baserons pour cela sur les règles d'apparition des années bissextiles (cf 2.2), en se rappelant que nous partons de l'an 2000, ce qui signifie que toutes les règles sont «remises à zéro» :

- Tous les 4 ans, une année bissextile apparaît : ce qui signifie que tous les 4 ans, il y aura trois années normales et une année bissextile : on avancera donc de 5 places tous les 4 ans.
- Tous les 100 ans, une année bissextile disparaît : cela signifie que l'on a avancé d'une place de trop, et qu'il faut reculer d'une.
- Tous les 400 ans, une année bissextile réapparaît, ce qui signifie que l'on a reculé d'une place de trop : il faut donc avancer d'une à nouveau.
- S'il y a des années que l'on n'a pas traitées, leur nombre est inférieur à 4, et elles ne contiennent donc pas d'année bissextile : on les ajoute juste au total.

Exemple : Le 1^{er} mai est un lundi en l'an 2000, quel jour sera-t-il en l'an 2103 ?

On avance pour cela de 103 ans, soit $25 \times 4 + 3$. Ce qui veut dire que l'on va avancer de 25×5 jours dans un premier temps, puis reculer d'un dans un deuxième car $103 = 1 \times 100 + 3$ puis avancer trois fois pour les trois dernières années. On avancera donc un total de $25 \times 5 + 3 - 1 = 127$ jours (1), ce qui est pareil qu'avancer de un seul jour : en 2103, le 1^{er} mai sera un mardi.

Cette méthode est plus complexe à prendre en main, mais est bien plus efficace dans cette circonstance, que ce soit pour un humain ou une machine. A noter que le problème du 1^{er} janvier qui ressent l'année bissextile est le même, on le traite donc de manière identique à dans la méthode précédente.

3.3. Un programme scratch

Nous avons élaboré un programme à l'aide du logiciel scratch. Il nous permet de déterminer quel jour de la semaine tombe le jour férié de l'année demandée. Ce programme ne fonctionne qu'à partir de l'année 2000. <https://scratch.mit.edu/projects/103022685>



Exemple : Année : 2067 Choix du jour férié: 4
 Résultat : le 14 juillet 2067 tombe un **jeudi**

Comment avons-nous créé le programme ?

Dans ce programme nous avons fait deux listes. La première contient une semaine de référence, la première semaine de l'année 2000. Dans la seconde, nous y retrouvons les huit jours fériés. Ensuite nous avons appliqué des formules qui reprennent les critères des années bissextiles. Il y a tout de même eu une difficulté concernant le premier janvier qui se situe avant le 29 février.

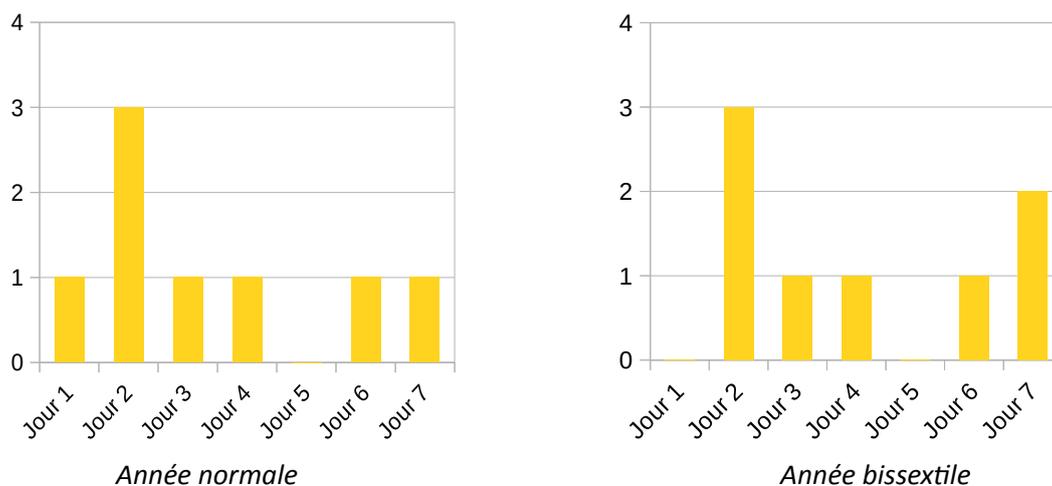
4. Le théorème des écarts fixes

4.1. Principe

Pour introduire cette notion, prenons un exemple : il est assez facilement constatable que le 1^{er} et le 8 mai tombent toujours le même jour : en effet, ils ne sont séparés que d'une semaine. Il en va de même entre tous les jours fériés : Le 15 août est toujours un jour après le 8 mai en terme de jours de la semaine, le 14 juillet 3 jours après le 15 août, et ce pour tous les jours sauf le 1^{er} janvier qui dépend de si l'année est bissextile ou non. [\(2\)](#)

4.2. Mise en pratique

Ainsi, nous prendrons comme de référence le 1^{er} janvier (arbitrairement). On considère qu'il est au jour 1 de la semaine, le jour suivant celui-là étant le jour 2 et ainsi de suite jusqu'au jour 7. On trace le graphique de combien de jours fériés tombent sur chacun de ces jours de la semaine, avec les jours de la semaine en abscisse et le nombre de jours fériés tombant ce jour de la semaine en ordonnée :



4.3. Conclusion

On rappelle que le week-end est un ensemble de deux jours consécutifs, commençant à n'importe lequel des jours en abscisse. On observe toutes les configurations du week-end possible, et on peut obtenir ces résultats :

- Aucune configuration du week-end ne comprend pas de jour férié
- Il est possible de trouver une configuration avec un seul jour férié (ex : jours 5 et 6 des années normales ou bissextiles), de même pour deux, trois ou quatre jours fériés.
- Aucun ensemble de deux jours consécutifs ne comprend strictement plus de quatre jours fériés.

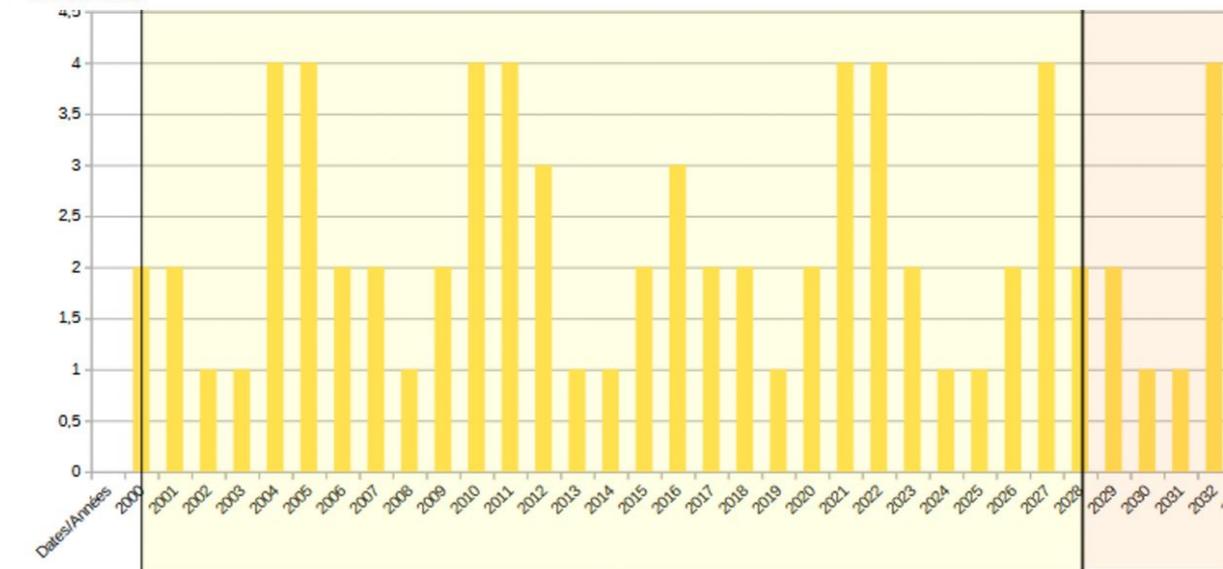
Ainsi, on sait qu'il y a toujours entre un et quatre jours fériés qui tombent le week-end dans la même année. Ce résultat a aussi été retrouvé expérimentalement grâce au programme de la partie 3.

5. Des années qui se répètent

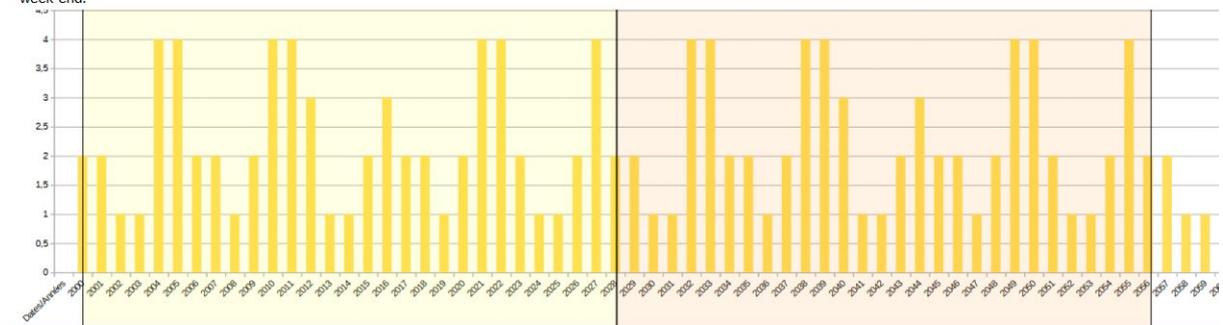
5.1. Tous les 28 ans

Si on regarde à court terme, un motif se répète. Une année se répète forcément à l'identique au bout de 28 ans, et ce jusqu'à une année multiple de 100 mais pas de 400. Cela peut-être démontré par l'algorithme de la partie 3 : si on admet qu'il n'y a pas d'année multiple de 100, en 28 ans on avancera de $5 \times (28/4) = 35$ jours, soit un nombre entier de semaines. De plus 28 est un multiple de 4, l'année gardera donc toujours le même état vis-à-vis des années bissextiles (bissextile, première année après une année bissextile, etc). Cela se retrouve dans le nombre de jours fériés de chaque année, comme illustré par le diagramme avec en abscisse l'année et en ordonnée le nombre de jours fériés en page suivante.

Nombre de jours fériés tombant pendant le week-end.

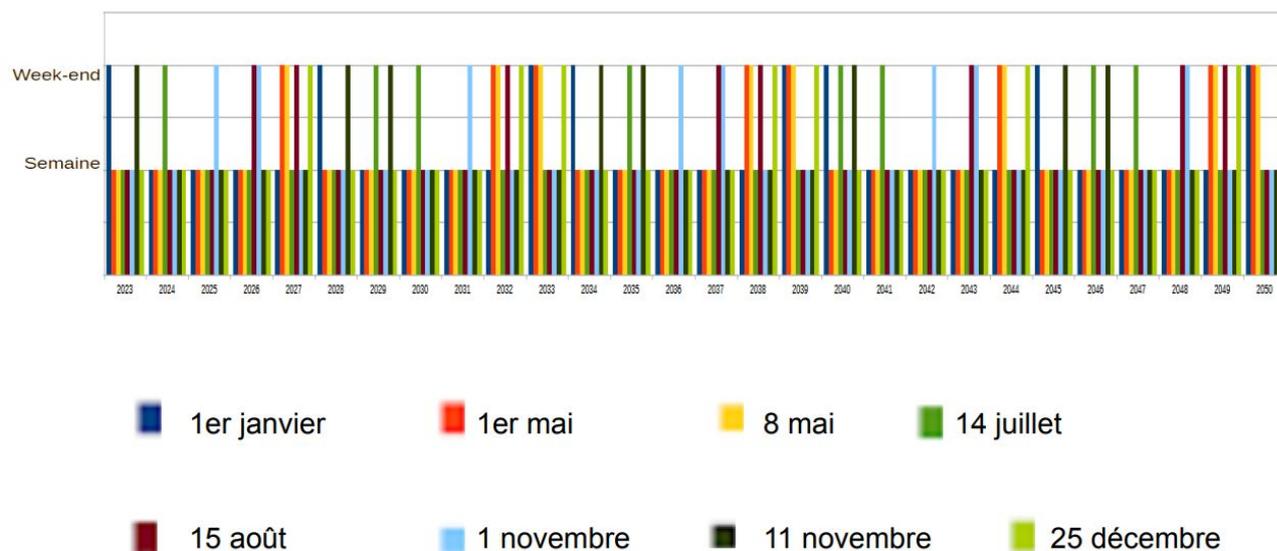


Nombre de jours fériés tombant pendant le week-end.



28 ans

Le graphique ci-dessous montre quel jours fériés tombent le week-end sur la période 2023 et 2050

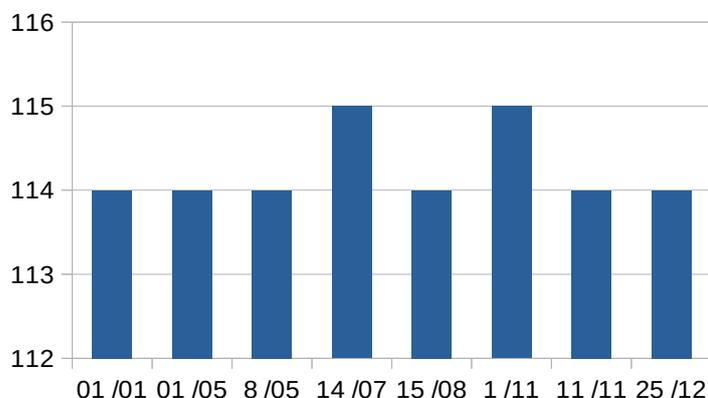


5.2. Tous les 400 ans

Cependant, comme mentionné précédemment, ce système ne fonctionne pas indéfiniment. On cherche le nombre d'années pour lequel on est sûr qu'une année se répète à l'identique. La dernière irrégularité dans les règles d'apparition des années bissextiles est pour les années multiples de 400 : on sait donc que l'on recherche un nombre multiple de 400. Or, il s'avère que 400 années sont forcément composées de 300 années normales, 96 années bissextiles, 3 années normales car multiples de 100 et une année bissextile car multiple de 400. Cela signifie que tous les 400 ans, un jour férié avance de $1 \times (300 + 3) + 2 \times (96 + 1) = 497$ jours. 497 étant multiple de 7, cela signifie qu'une année se répète forcément à l'identique tous les 400 ans.

5.3. Utilisation

Ainsi, nous avons démontré que le même cycle de 400 ans se répète indéfiniment. Grâce à cela, nous pouvons en déduire que la proportion d'apparition des jours fériés le week-end sur ces 400 ans est la même que sur un temps qui tend vers l'infini. Nous pouvons donc utiliser le programme informatique pour déterminer celle-ci. Le graphique ci-dessous traduit le nombre de fois (en ordonnée) où le jour férié (en abscisse) tombe le week-end.



Remarquons au passage le fait que les valeurs en ordonnée sont toutes très proches, ce qui peut sembler étonnant vu leur grandeur.

Nous allons donc calculer p la proportion de jours fériés qui tombent le week-end sur 400 ans.

Soit M la moyenne d'apparition d'un jour férié le week-end :

$$M = (114 \times 6 + 115 \times 2) / 8 = 114,25$$
$$p = M / 400 = 0,285625 = 28,5625 \%$$

En moyenne, un jour férié tombe donc 28,5625 % du temps un week-end. A titre de comparaison, la moyenne théorique d'un jour qui tombe le week-end est de $2/7 \approx 28,571 \%$.

Les jours fériés tombent donc moins souvent le week-end que la moyenne théorique, même si cet écart est infime.

6. Conclusion

Ce phénomène à cause duquel nous avons l'impression que les jours fériés tombent plus souvent que la moyenne le week-end ne porte pas de nom, mais vous l'avez sûrement ressenti à d'autres occasions. Par exemple, si vous avez l'impression que vous voyez souvent la Lune pleine lorsque vous la regardez. Ici, nous avons démontré que les jours fériés ne tombent pas si souvent le week-end, même si on a l'impression du contraire. Ces jours non travaillés sont toujours bienvenus, c'est pourquoi de manière générale le cerveau ne retient que ceux qui tombent le week-end, et a l'impression qu'ils sont majoritaires.

Notes d'édition

(1) Ce qui revient à : $127 = 18 \times 7 + 1$, c'est-à-dire avancer d'un seul jour.

(2) Le décalage entre le 8 mai et le 15 août se calcule en additionnant les jours de mai ($31 - 8$), puis 30 jours en juin, puis 31 jours en juillet, puis 15 jours en août, ce qui donne $31 - 8 + 30 + 31 + 15 = 99$ jours.

Or $99 = 14 \times 7 + 1$: on trouve donc le décalage d'un jour. De même le nombre de jours entre le 14 juillet et le 15 août est $31 - 14 + 15 = 32$. Comme $32 = 5 \times 7 - 3$, on recule de 3 jours.

Mais on pourrait aussi, le cas échéant et de manière équivalente, avancer de 4 jours puisque $32 = 4 \times 7 + 4$.