



Math-en-Jeans - 2021/2022

**Lycée Français
Vincent van Gogh**

Allons voter !

Elèves : Golda Majerowicz, Maxime Scotto di Rinaldi, en seconde
Nour Seghrouchni, Augustin Bonnekamp, en troisième

Professeurs : Line Boissonnet, Stéphane Beringues, Florence Decool, Mathieu Buchwald

Chercheuse : Marie Anastacio, chercheuse à l'université de Leiden (Pays-Bas)

<https://www.universiteitleiden.nl/en/staffmembers/marie-anastacio#tab-1>

Problématique - Mise en situation du problème

- Les élections approchent et les 20 000 français pouvant voter aux Pays-Bas se rendent aux urnes.

Comment choisir les villes où placer les bureaux de vote pour réduire la distance pour aller voter?

- The French elections are coming soon, and 20,000 French people will go to the ballot boxes.

How do we choose the cities where we should place the ballot boxes to minimize the distance to go vote ?

Reformulation du problème

Comment faire pour que la position de 3 bureaux de vote soit optimale, afin de **minimiser la distance parcourue** par les électeurs?

Sommaire

Comment avons-nous abordé le problème?

1. Notions d'aire

- a) Zones elliptiques
- b) Division du territoire en plusieurs parallélogrammes
- c) Division du territoire avec un quadrillage de 10 x 10
- d) Superposition des parallélogrammes et du quadrillage

2. Notions de distance

- a) Division des Pays-Bas en trois zones suivant la latitude
- b) Calculer des scores des villes
- c) Trouver une solution
- d) Recommencer l'opération afin d'avoir une solution optimale

1. Notions d'aire

a) Zones elliptiques

Notre première idée a été d'appliquer une notion d'aire.

Nous avons donc divisé les pays bas en 3 zones d'aires équivalentes en traçant des ellipses à l'aide de Géogebra.

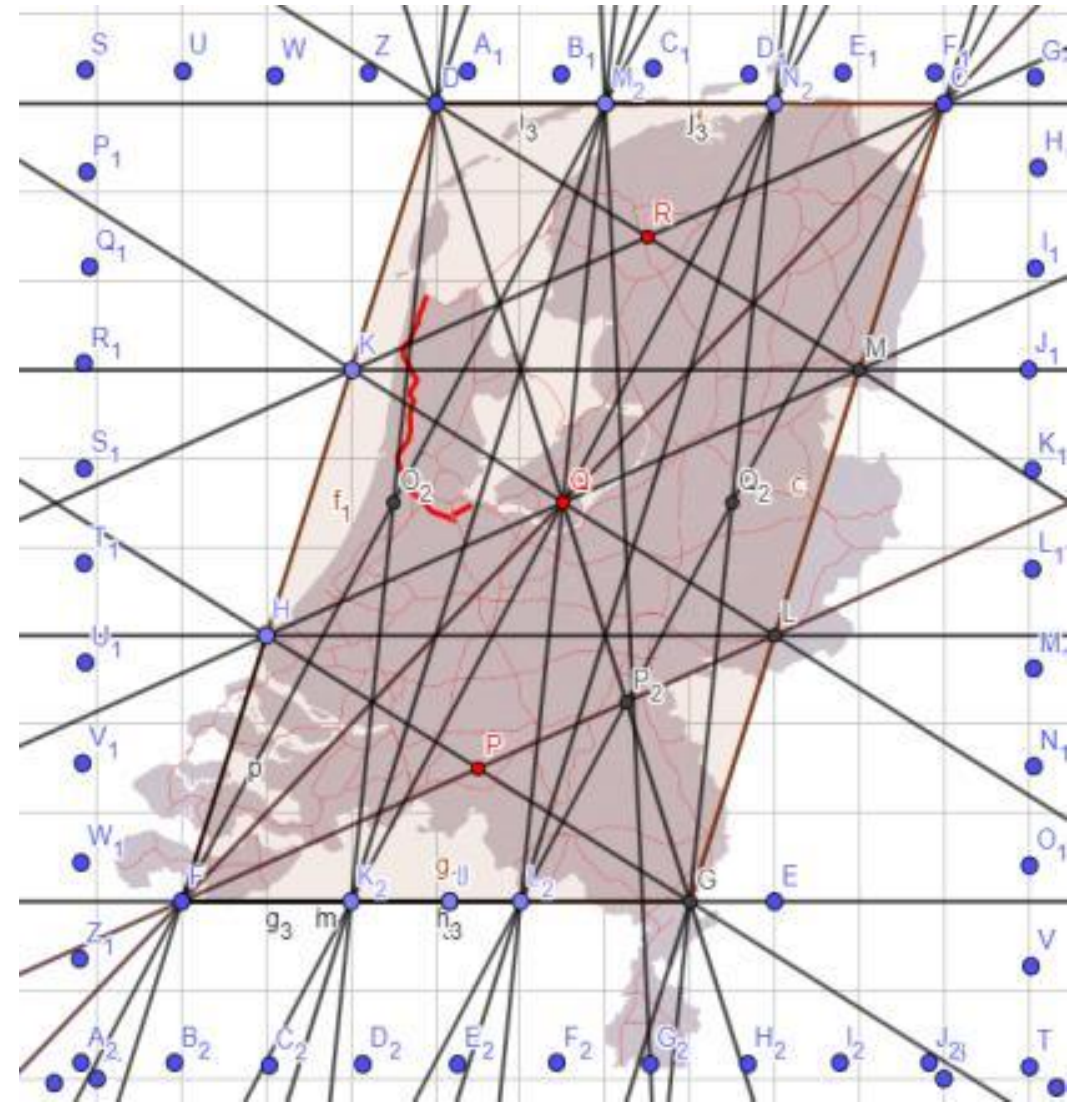
Le problème est que les aires maritimes étaient trop importantes et il y avait un manque de précision.

Nous avons donc décidé d'abandonner cette idée.



b) Parallélogrammes

- **Construction de parallélogrammes :**
 - Encadrement les Pays-Bas par un grand parallélogramme
 - Redécoupage en trois parallélogrammes dont on prend les centres
- **Solution possible :** les trois centres déterminés précédemment (points rouges) c'est-à-dire **Udenhout, Zeewolde et Drachten.**
- **Problème :** Précision relevant de la délimitation du pays



Explications

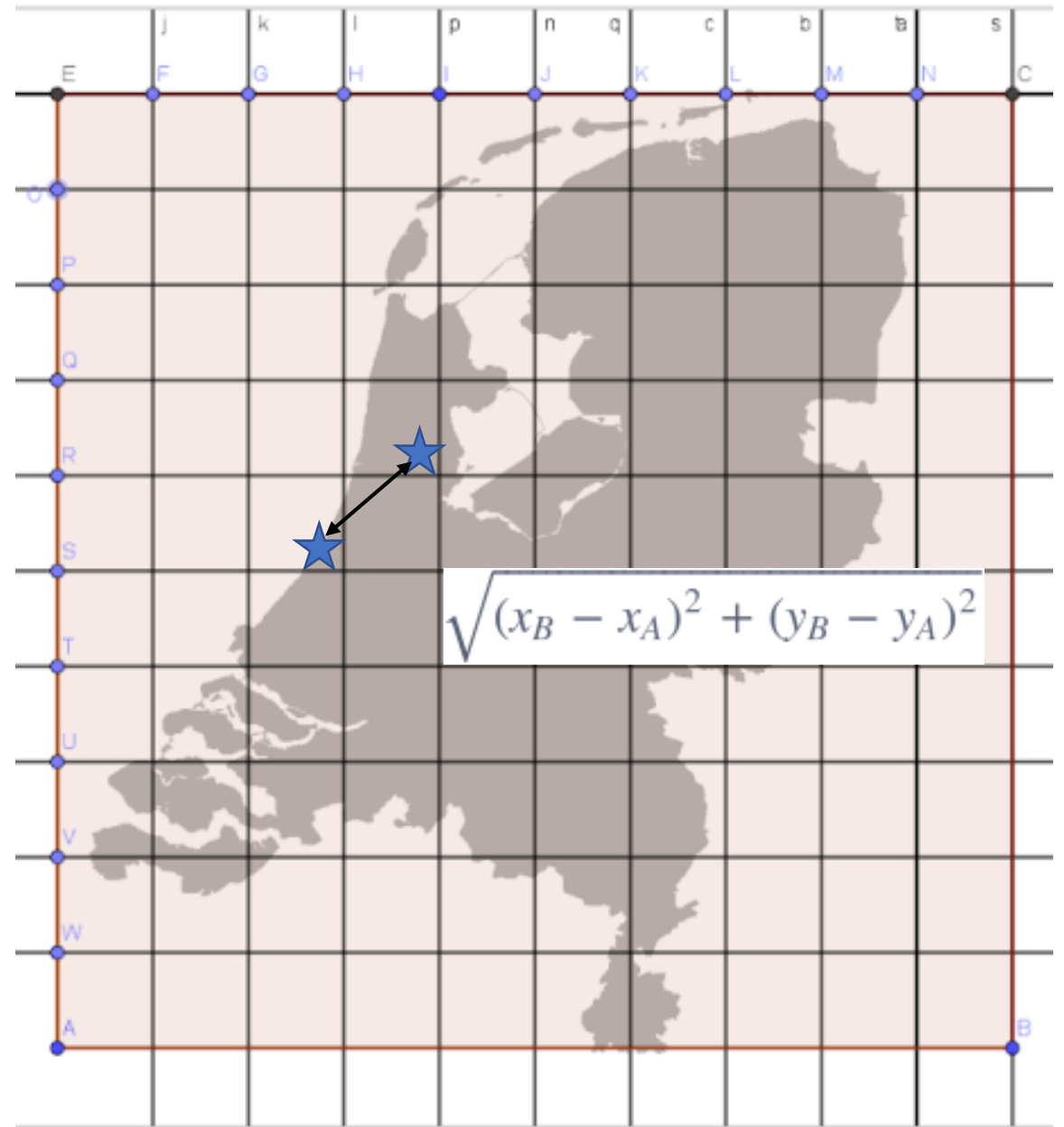
Notre deuxième idée était de simplifier la forme des Pays-Bas, et nous avons décidé de le faire en utilisant des parallélogrammes pour diviser le territoire en trois zones d'aires égales. Les centres des parallélogrammes peuvent être une approximation de la position des trois bureaux de vote, qui représentent des villes, dans le cas présent : **Udenhout** au sud, **Zeewolde** au centre, et **Drachten** au Nord.

Cependant, même si cette méthode semble plus efficace que la première, il reste de nombreux problèmes, comme des terres en dehors des parallélogrammes, des espaces maritimes en trop, ou encore les diagonales des parallélogrammes n'étant pas forcément de même longueur. Nous avons donc essayé une autre méthode.

c) Quadrillages

- **Quadrillage 10 x 10 :**
 - donner des coordonnées aux centres de chaque carreau afin de calculer les distances entre les centres
 - chaque centre représentant une ville
- **Idées :**
 - donner des coordonnées aux villes
 - calculer les distances entre deux points représentant les villes
- **Problèmes:**
 - Zones maritimes
 - Comment trouver les coordonnées précises de ces villes ?

Abandon...



Explications

Pour notre troisième idée, nous avons décidé de réaliser un **quadrillage de 10 par 10 carreaux**, afin de créer un repère orthonormé, afin de créer des coordonnées pour simplifier des calculs de distance, en utilisant la formule des distances : $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Le centre de chaque carré permettrait de calculer les distances entre les villes.

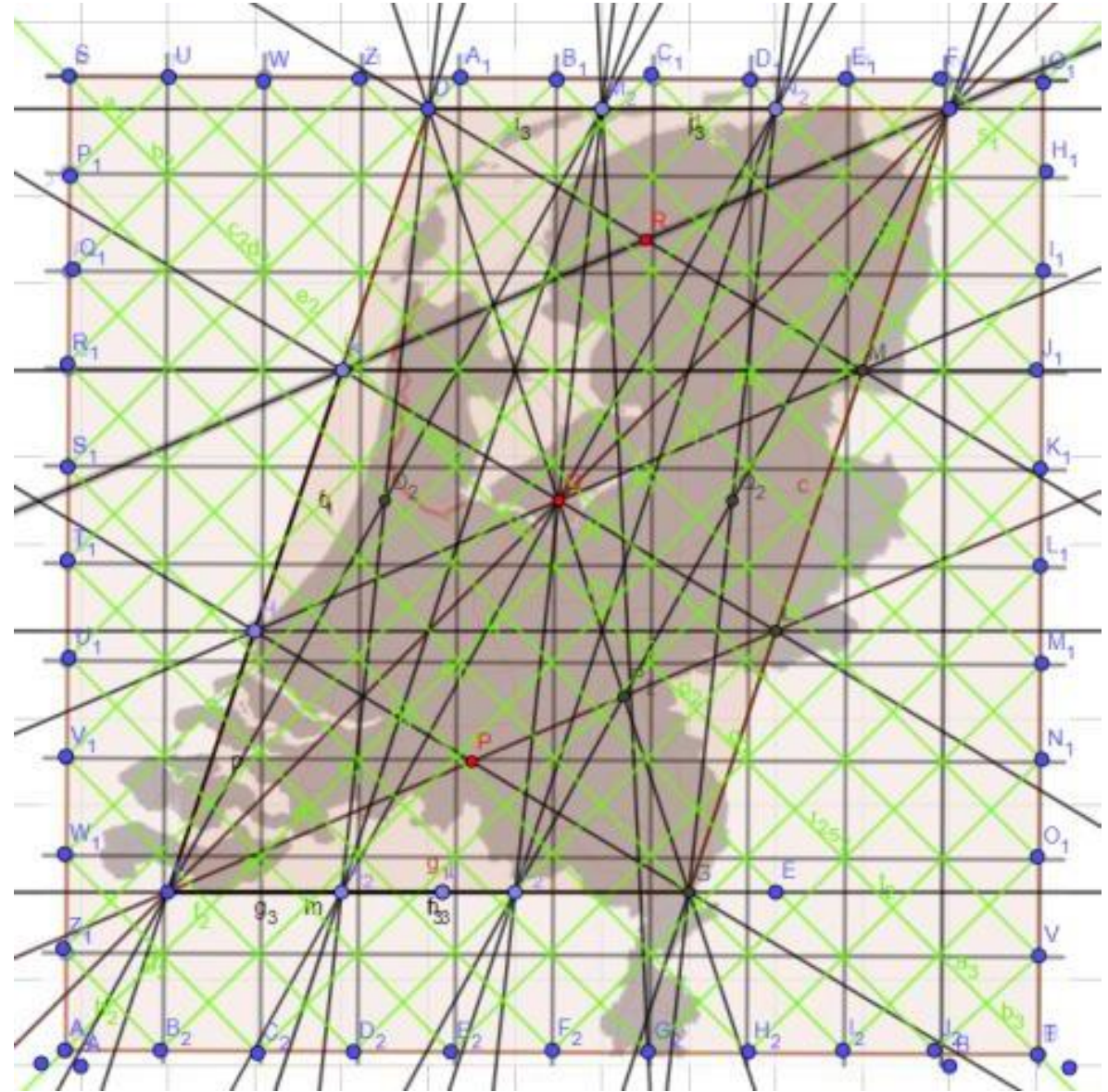
Par exemple, le point **A** représente **Amsterdam** et le point **L** représente **La Haye**, et suivant les coordonnées du quadrillage, on obtiendrait $\sqrt{(x_A - x_L)^2 + (y_A - y_L)^2}$. Cependant, ce modèle présente aussi ses inconvénients, car on prend en compte des espaces maritimes en trop, et il y a eu des problèmes au niveau de la justesse des coordonnées de chaque ville.

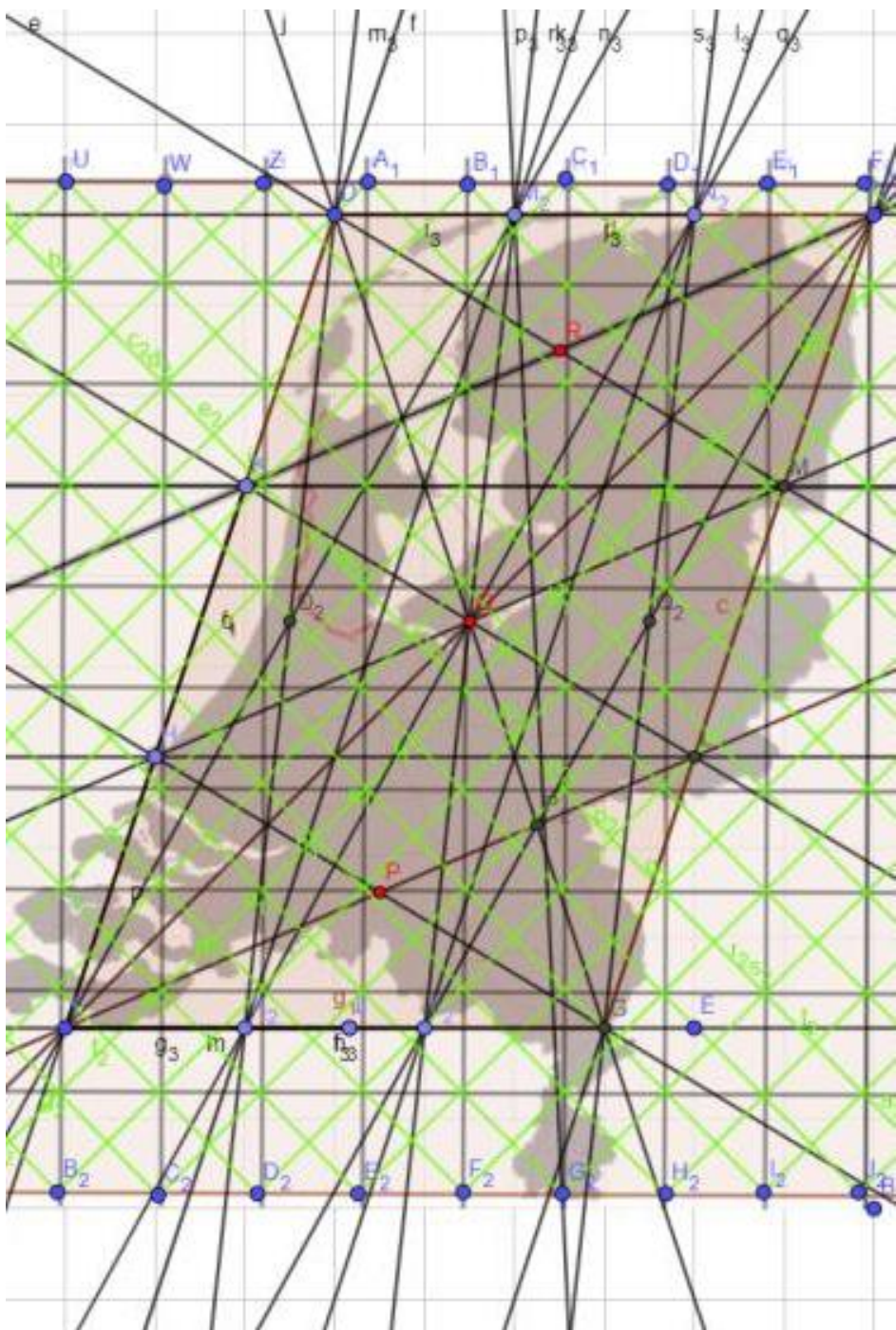
d) Parallélogrammes et quadrillage

Combinaison des deux modèles précédents

- **Objectif** : avoir une meilleure précision des positions des 3 villes de vote
- **Problèmes** :
 - complexité importante
 - aucun apport supplémentaire

Abandon...





Explications

Nous avons combiné les deux idées précédentes : le quadrillage et les parallélogrammes.

Notre objectif était le suivant : avoir une meilleure précision des positions des trois villes de votes que nous avons trouvées grâce aux parallélogrammes.

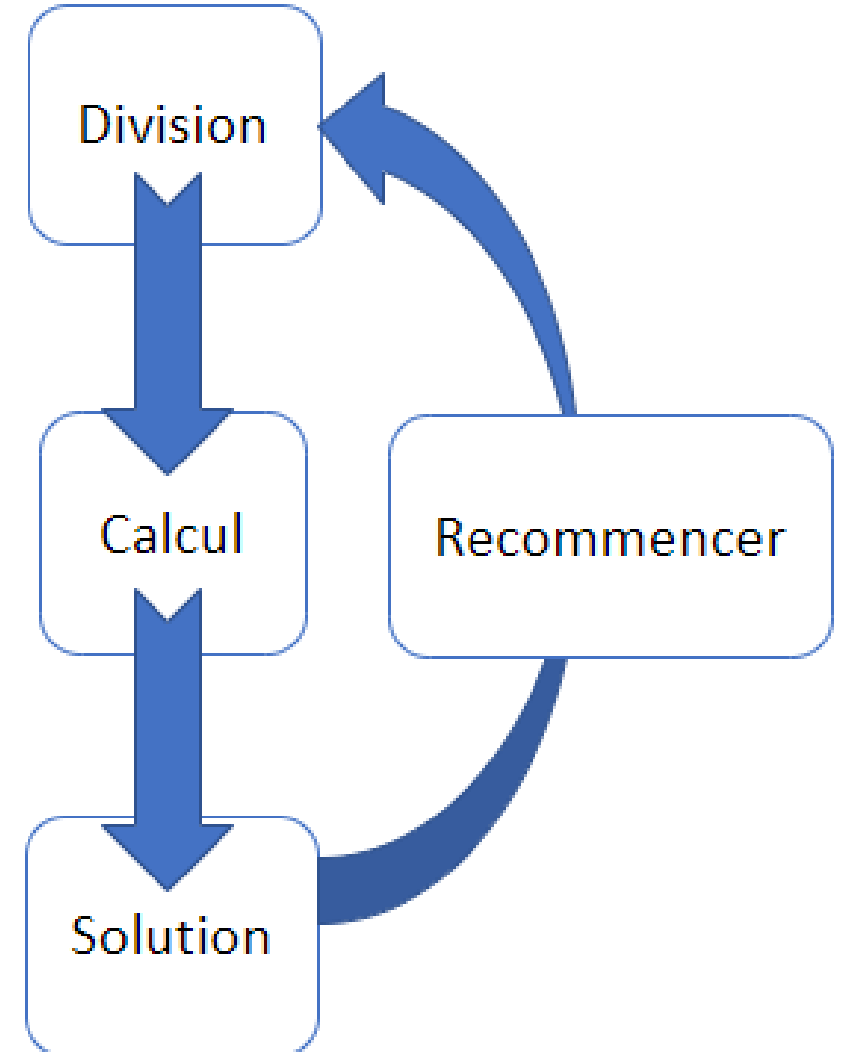
- Q : Udenhout
- P : Zeewolde
- R : Drachten

Cependant, les deux méthodes combinées forme un ensemble trop complexe (espace maritime en supplément, dépassement au-delà des frontières...) et cela ne nous rapporte aucune information supplémentaire.

2. Notion de distance

Pourquoi la notion de distance entre les villes est-elle plus pertinente à utiliser que la notion d'aire ?

Revenons-en à la problématique : le but est de parcourir la distance la plus petite, et non pas avoir l'aire la plus faible. Donc, il faudrait bien se focaliser sur la distance parcourue. Nous avons utilisé un fichier comportant de nombreuses distances entre de grandes villes néerlandaises afin de faciliter nos calculs et recherches.



a) Division des Pays-Bas en 3 zones suivant la latitude

Maastricht

Heerlen

Venlo

Eindhoven

Helmond

Bergen op Zoom

Middelburg

Roosendaal

Tilburg

Breda

Oosterhout

s-Hertogenbosch

Oss

Dordrecht

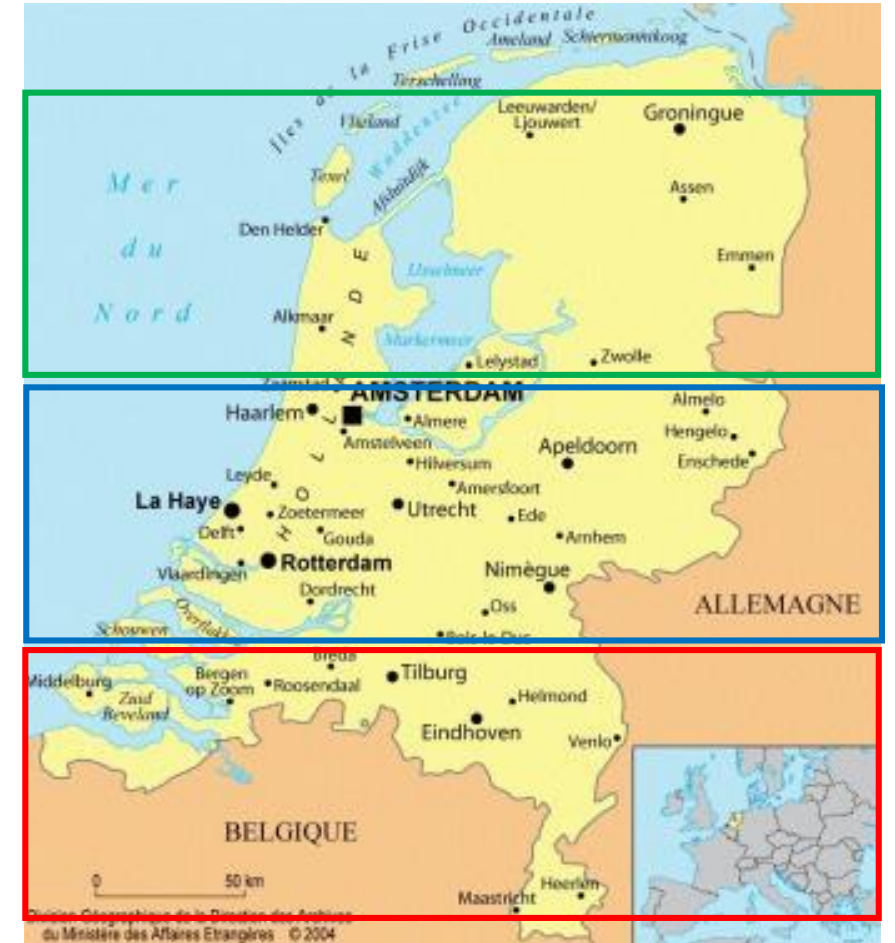
Nijmegen

Spijkensisse

Vlaardingen

Délimitations des zones :

- En **vert** zone Nord de 52,44N à 53,22N
- En **bleu** zone Centre de 51,65N à 52,38N
- En **rouge** zone Sud de 50,84N à 51,59N



Explications

Nous avons aussi tenté un découpage des Pays-Bas par la latitude. Pour chacune des 60 villes, nous avons considéré la coordonnée Nord-Sud (latitude). Nous avons pris le minimum et le maximum de ces latitudes, et calculé l'étendue.

Puis nous avons **divisé le résultat par trois**, ce qui nous a permis de diviser les Pays-Bas en **trois zones de latitude égale**, d'où le nombre supérieur de villes dans la partie Centre, qui est aussi **beaucoup plus dense en terme de villes** que les deux autres zones.

Cela nous a permis d'obtenir une première répartition des Pays-Bas, avec en rouge la zone Sud de 50,84N à 51,59N, en bleu la zone Centre de 51,65N à 52,38N, et en vert la zone Nord de 52,44N à 53,22.



b) Calcul des scores des villes

- Chaque ville a un score donné par la somme totale de ses distances par rapport aux autres villes.
- **Exemple** pour la ville de **La Haye** avec un extrait des villes du Centre :
 - Somme : =SOMME(D2:D5)=63 224+25 063+0+68 813=157 100
 - Minimum : =MIN(B7:E7)= 157 100

	A	B	C	D	E
1	Name	Amsterdam	Rotterdam	The Hague	Utrecht
2	Amsterdam	0	76419	63224	49347
3	Rotterdam	76419	0	25063	62769
4	The Hague	63224	25063	0	68813
5	Utrecht	49347	62769	68813	0
6					
7	Somme	188990	164251	157100	180929
8					
9	Minimum	157100			

- En comparant les 4 villes, La Haye a le plus petit score.



Explications

Notion de score :

Après avoir réparti le tout en trois zones, nous avons décidé d'affecter un score à chaque ville. L'objectif de ce score est de déterminer si une ville est proche ou éloignée des autres. La ville optimale sera donc celle avec le score le plus faible.

Calcul du score :

Le score est déterminé par la somme totale de ses distances par rapport aux autres villes de sa zone.

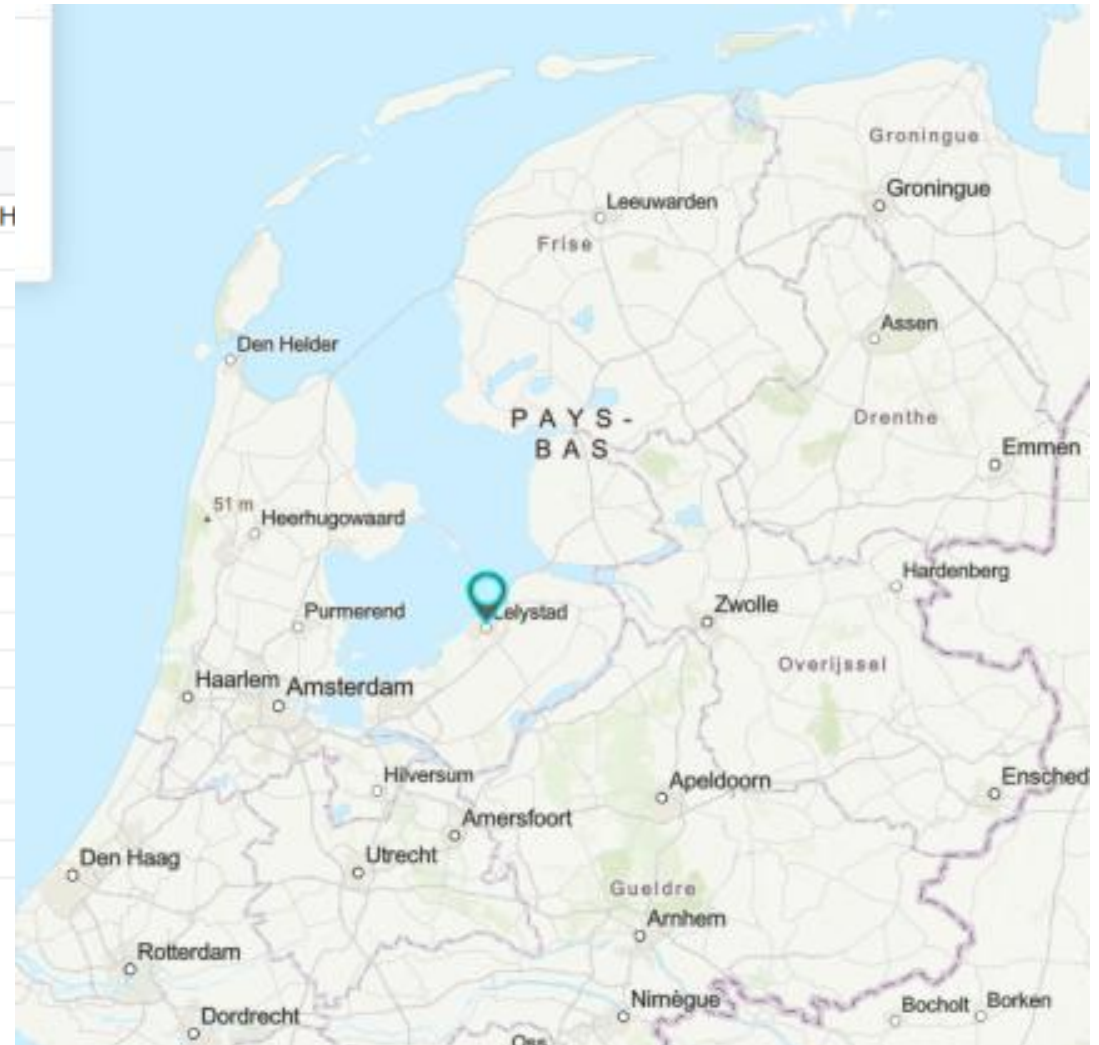
$$\text{score}(A) = \sum_B d(A, B)$$

A désigne une ville, $d(A, B)$ désigne la distance de A à B où B parcourt toutes les villes de la zone de A.

Solution pour la zone Nord

Après avoir fait tous les calculs dans la **zone Nord**, **Lelystad** a le meilleur score.

A1	Name								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Name	Groningen	Zaanstad	Zwolle	Alkmaar	Leeuwarden	Purmerend	Zaandam	Lelystad
2	Groningen	0	201264	104978	174969	64974	180578	192206	128505
3	Zaanstad	201264	0	131552	26165	137043	24910	15231	80142
4	Zwolle	104978	131552	0	146303	92238	128155	122755	50192
5	Alkmaar	174969	26165	146303	0	110358	26955	29982	76138
6	Leeuwarden	64974	137043	92238	110358	0	116356	127985	99675
7	Purmerend	180578	24910	128155	26955	116356	0	15853	76744
8	Zaandam	192206	15231	122755	29982	127985	15853	0	71344
9	Lelystad	128505	80142	50192	76138	99675	76744	71344	0
10	Hoor	165692	42239	96535	26465	101080	21553	33181	48974
11	Velsen-Zuid	202439	16129	136457	26214	133120	37084	27915	85046
12	Assen	31452	207044	75764	193496	83890	199494	198246	125684
13	Den helder	155641	66313	155033	41551	91029	68067	79695	93357
14	Hardenberg	93964	172416	41137	187167	112548	164541	163618	91056
15	Emmen	60030	205580	74300	213528	97370	202183	196783	124221
16									
17									
18									



Solution pour la zone Sud

Après avoir fait tous les calculs dans la zone Sud, **Eindhoven**, **Tilburg** et **Breda** ont les trois meilleurs scores.

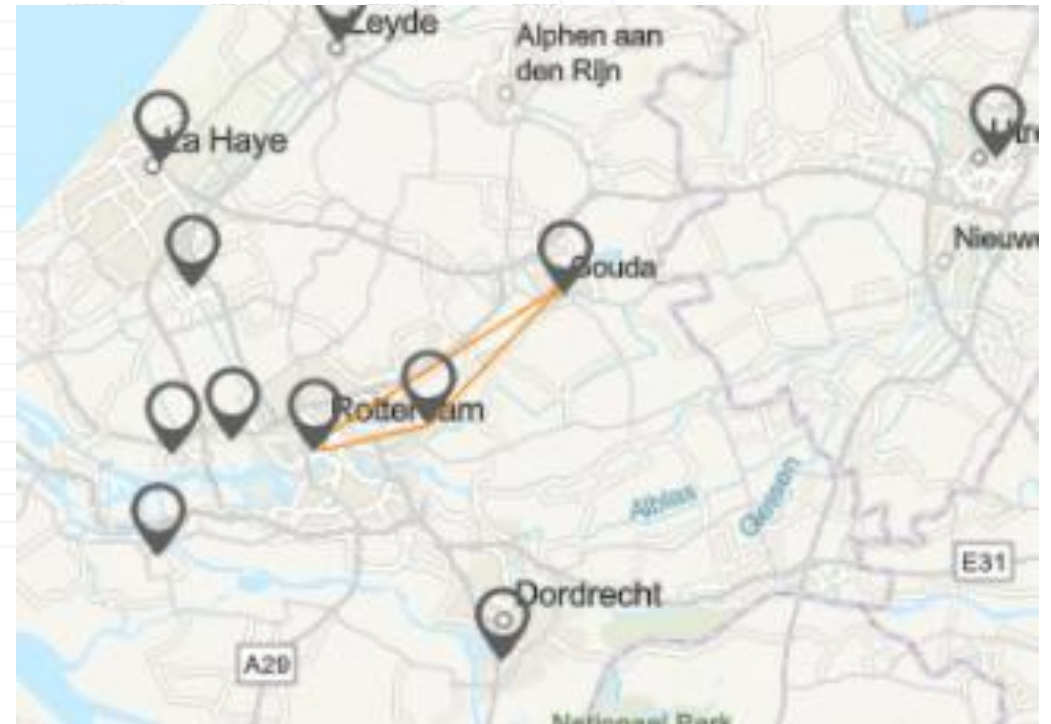
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Name	Eindhoven	Tilburg	Breda	Maastricht	Heerlen	Venlo	Roosendaal	Helmond	Bergen op zoom	Middelburg	
2	Eindhoven	0	40672	60009	88812	90194	59095	84916	14023	101162	159534	
3	Tilburg	40672	0	28995	127817	129198	98328	53903	55252	69519	128521	
4	Breda	60009	28995	0	147153	148535	117664	24611	74588	40227	99230	
5	Maastricht	88812	127817	147153	0							
6	Heerlen	90194	129198	148535	24849							
7	Venlo	59095	98328	117664	75681							
8	Roosendaal	84916	53903	24611	172061							
9	Bergen op zoom	101162	69519	40227	145160							
10	Middelburg	159534	128521	99230	187507							
11	Helmond	14023	55252	74588	83983							
12												



Solution pour la zone Centre

Après avoir fait tous les calculs dans la **zone Centre**, les villes de **Capelle**, **Rotterdam** et **Gouda** ont les trois meilleurs scores.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1	Name	Amsterdam	Rotterdam	The Hague	Utrecht	Almere	Nijmegen	Haarlem	Amhem	Apeldoorn	s-hertogenbosch	Leiden	Dordr
2	Amsterdam	0	78419	83224	49347	36461	124450	27336	98313	91632	89777	44697	
3	Rotterdam	76419	0	25063	62769	99607	113367	72696					
4	The Hague	83224	25063	0	68813	87543	143598	59396					
5	Utrecht	49347	62769	68813	0	41462	91166	59485					
6	Almere	36461	99607	87543	41462	0	112968	53806					
7	Nijmegen	124450	113367	143598	91166	112968	0	139898					
8	Haarlem	27336	72696	59396	59485	53806	139898	0					
9	Amhem	98313	112206	119446	64942	86717	24077	115966					
10	Apeldoorn	91632	123465	130706	67025	77255	69723	108977					
11	s-hertogenbosch	89777	79913	106620	55815	90918	47494	102814					
12	Leiden	44697	35316	22016	62353	69166	134311	41018					
13	Dordrecht	95765	25898	54364	58992	94994	100694	105478					
14	Delft	65701	15743	13875	74099	90170	133455	62022					
15	Amsterdam-Zuidoc	12956	79747	64563	41027	27197	116991	30789					
16	Oss	116078	104423	131051	80352	115496	24698	127351					
17	Schiedam	78039	7149	23246	67411	103710	125083	74360					
18	Spijkernisse	88495	23524	33284	83949	112964	128402	84399					
19	Vlaardingen	77791	13211	22998	71901	102305	119722	74112					
20	Gouda	74178	25054	33307	46832	81934	118790	67431					
21	Capelle	87176	8128	35135	56330	93168	112446	82768					
22	Oosterhout	100524	55848	85122	64650	99753	86880	111797					
23	Doetinchem	133724	144836	152077	97572	119347	55530	148596					
24													



Explications

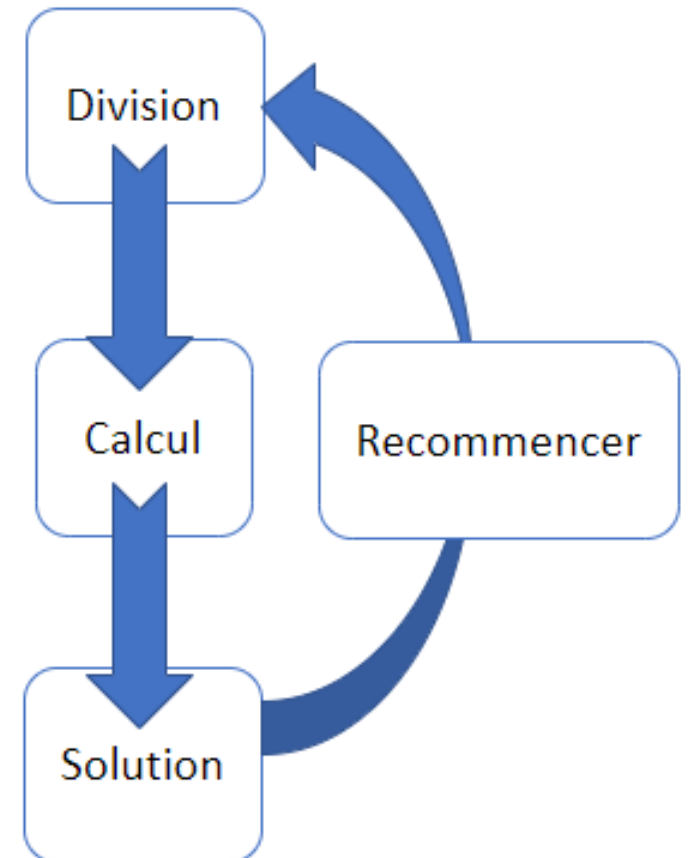
Nous prendrons l'exemple de la Haye :

- D'après le tableau ci-dessous on voit que La Haye présente une somme de distances de 157 100 mètres par rapport aux villes de Rotterdam, Amsterdam et Utrecht, en faisant de même pour toutes les autres villes on détermine une somme minimale qui correspond à la ville où placer le bureau de vote.
- Dans cet extrait de tableau de données, on en déduit que La Haye a le score le plus faible des quatre villes. Donc, dans la zone de ces quatre villes, La Haye serait donc la ville ou serait placée le bureau de vote.
- Puis, avec la totalité des données que nous avons, nous avons procédé à trouver les villes optimales dans chaque zone.
- Grâce à ces données, on a pu déterminer trois villes qui présentent le score le faible.

c) Recommencer l'opération jusqu'à stabilisation

Après avoir déterminé les 3 bureaux de vote, on trie les 60 villes en fonction de leur proximité de l'une de ces 3 villes : **Lelystad**, **Rotterdam**, **Eindhoven**.

Lelystad	Rotterdam	Eindhoven
Amsterdam	La Haye	Maastricht
Groningen	Delft	Tilburg
Zwolle	Dordrecht	Venlo
...



Explications

Après avoir déterminé les trois bureaux de vote, pour chacune des soixante villes, on détermine quelle est la ville la plus proche selon les trois solutions. Cela permettrait de créer de nouvelles zones. Une fois ayant obtenu ces trois nouvelles zones, on recommence les étapes a, b, et c.

Les résultats devraient se stabiliser au bout d'un certain nombre d'essais, ce qui nous donnerait une solution optimale pour placer les trois bureaux.

d) Visualisation sur la carte

Lelystad	Rotterdam	Eindhoven
Amsterdam	La Haye	Maastricht
Groningen	Delft	Tilburg
Zwolle	Dordrecht	Venlo
...



Explications

On a trois colonnes avec les trois solutions : Lelystad, Rotterdam, Eindhoven. On va ranger les 60 villes dans la bonne colonne soit la colonne de la ville la plus proche.

Par exemple, Amsterdam est plus proche de Lelystad que de Rotterdam et Eindhoven, on met Amsterdam dans la colonne de Lelystad. On observe bien sur la carte que la distance entre Amsterdam et Lelystad est bien inférieure à la distance entre Amsterdam et Rotterdam, ou encore entre Amsterdam et Eindhoven. On peut aussi prendre l'exemple de la Haye. La Haye est plus proche de Rotterdam que de Lelystad et d'Eindhoven. Une fois le tri terminé, on recommence le calcul de la somme avec les trois listes obtenues et ceci jusqu'à stabilisation des résultats.



Bedankt
Merci
Dank je wel
Thanks