MATh.en.JEANS

Lycée Pierre Mendes France, Vitrolles
Laboratoire d'Informatique et Systèmes, Luminy

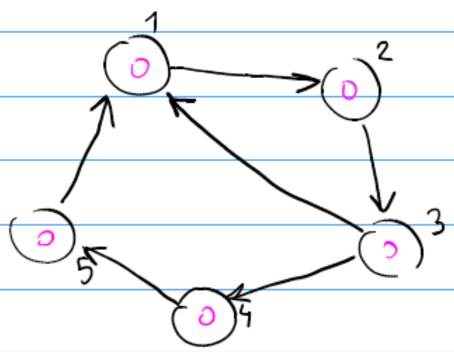
2023-2024

Réseaux d'automates booléens de longueur maximale

Un réseau d'automates booléens de taille $n \in \mathbb{N}_+$ est une fonction $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^n$. À partir de toute configuration $x \in \{0,1\}^n$, les itérations de cette fonction convergent vers un comportement périodique appelé *cycle limite*, dont la longueur est le nombre de configurations. Cette fonction peut être décomposée en n fonctions locales $f_i : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ pour i de 1 à n, avec pour toute configuration $x \in \{0,1\}^n$, $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x))$.

L'architecture des interactions du réseau (dont les composantes sont appelées *automates*) est donnée par un graphe orienté $G_f = (V, A)$, dont les sommets sont $V = \{1, 2, \ldots, n\}$, et les arcs représentent les dépendances effectives entre les automates : il y a un arc de i à j si et seulement s'il existe une configuration $x \in \{0,1\}^n$ où changer l'état de l'automate i aurait une influence directe sur l'état de l'automate j (que l'on peut écrire $f_j(x) \neq f_j(\overline{x}^i)$). Le degré d'un sommet du graphe est son nombre de connexions (on peut distinguer degré-entrant et degré-sortant).

$n = 5$



$x \in \{0,1\}^n$

$f_2(x) = x_1$

$f_3(x) = x_2$

$f_4(x) = x_3$

$f_5(x) = x_4$

$f_1(x) = x_3 \oplus x_5$

x_3	x_5	$x_3 \oplus x_5$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1 2 3 4 5
00000

3 5
10000
01000
00100
10010
⋮

Chercher des familles de réseaux de plus en plus grands ($n \to \infty$), qui :

- maximisent la longueur du plus long cycle limite dans la dynamique, et
- minimisent le degré du graphe des interactions.