Trinquons !

Année 2022 – 2023

FADLI Mohammed Ilias
EL ALAMI Ayoub
DRHOURHI Mohamed Omar

Établissement(s) : GSU La Fontaine de Fès (Maroc) (jumelage : école alsacienne de Paris)

Encadré·es par : Sébastien BARRY

Chercheur : M. Emmanuel BERNUAU (Agro Paris Tech)

1. Présentation du sujet

L'ambassadeur de Mathlandia a invité un grand groupe de personnes. Les personnes sont assises autour d'une table ronde et l'ambassadeur propose de trinquer.

Mais il faut respecter les règles de l'ambassade:

1) On ne peut trinquer qu'avec une personne à la fois.
2) A la fin, il faut avoir trinqué avec tout le monde.
3) On trinque simultanément, par "tours".
4) Chacun reste assis à sa place et on ne peut pas croiser les bras.
5) On trinque au-dessus de la table.

Problème : comment trinquer efficacement? - Combien faut-il de tours au minimum pour terminer? - Quelle est la procédure?

On supposera que les invités ont le bras long.

2. Démarche

1) Première approche

Pour commencer, nous avons essayé d'obtenir des résultats à partir d'équations logiques. On obtient donc: $2n-4$tours pour un nombre pair de convives et $2n-3$pour un nombre impair (en notant n le nombre de convives).

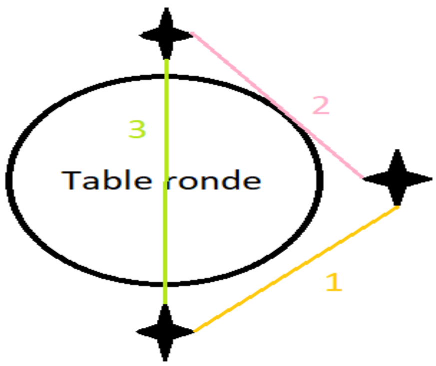

schéma pour 3 convives

Ici, la formule donne un résultat cohérent avec nos expériences : $2\times 3-3=3$

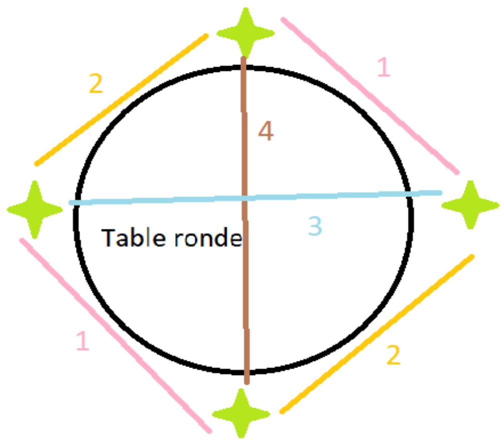

schéma pour 4 convives

Ici, la formule donne un résultat cohérent avec nos expériences : $2\times 4-4=4$

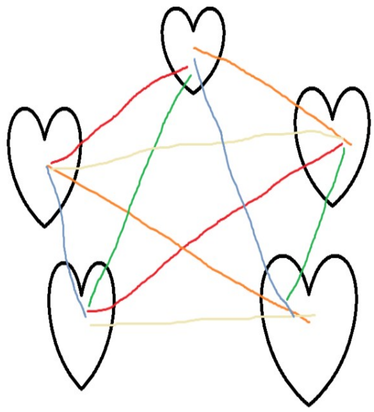

schéma pour 5 convives

Ici, la formule donne un résultat incorrect : $2\times5-3=7\neq5$

Avec ce résultat incohérent, les 2 formules sont remises en cause.

2) Deuxième approche

Nous avons alors suivi un autre chemin pour aboutir à une conclusion logique.

Remarque : les bases sur lesquelles repose l'hypothèse suivante sont fragiles car nous croyions que pour 8 convives, le nombre minimal de tours nécessaire était de 11.

Voici une nouvelle formule : si on appelle n le nombre de convives, alors le nombre minimum de tours nécessaires est de $1{,}375\,n$.
Nous avons formulé cette conjecture car pour 8 convives, nous avions obtenu 11 tours.
Et 11/8= 1,375.
A partir de ce moment-là, nous avons imaginé qu'il pourrait y avoir proportionnalité entre le nombre de convives et le nombre de tours.

le nombre de convives	8	9
le nombre de tours	11	?

$8\times1{,}375=11$
On a alors : $9\times1{,}375=12{,}375\approx12$ tours (arrondi à l'unité).
Après ce résultat, nous nous sommes dit qu'il fallait multiplier le nombre d'invités par 1,375, d'où les résultats suivants :

$10*1{,}375=13{,}75$ soit 14 tours
$11*1{,}375=15{,}125$ soit 15 tours
$12*1{,}375=16{,}5$ soit 16 tours

3) Troisième approche

L'hypothèse précédente se révélant fausse, nous avons élaboré une autre stratégie qui nous a conduit à penser que le nombre de tours nécessaires est égal au nombre de convives (en renouvelant l'expérience pour des petites valeurs) :

Nombre de convives	4	5	6	7	8	9
Nombre de tours	4	5	6	7	8	9

Après 6 convives, les schémas (voir ci-dessous) devenaient illisibles et incompréhensibles, donc, nous avons supposé que le nombre de personnes était égal au nombre de tours. Ceci dit, nous ne pouvons malheureusement le prouver avec certitude.

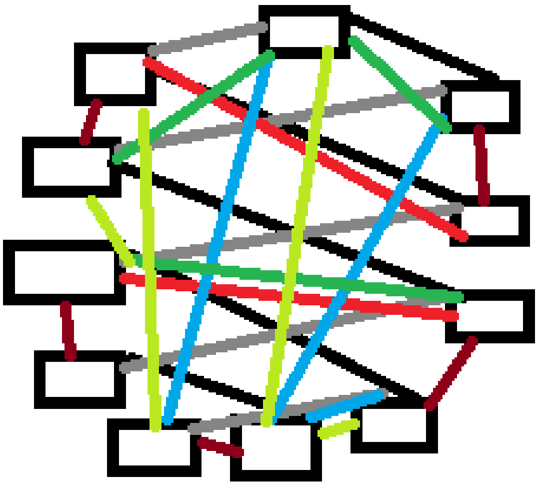

schéma pour 11 convives

3. Conclusion

Depuis le début de nos recherches jusqu’à la fin, nous sommes arrivés à une conclusion qui nous semblait logique; malgré maintes difficultés pratiques: Le nombre minimum de tours nécessaires pour un nombre de n convives est égale à n. Et, la procédure la plus efficace est de dessiner des schémas où les premiers tours sont représentés par des couleurs visibles puis tracées en diagonale.