Les Dames berrichonnes

Aymeric AGARD, Mélusine DAGOIS, Marc DESIAUME, Maïawella FEVE, Nassim GHEMID, Evan LE ROUX, Marguy MABOUNGOU-NKOULA, Maxime THIROT, élèves en classes de Seconde et de Première.

Établissement : Lycée Marguerite De Navarre, BOURGES

Encadré·es par : Olivier CRÉCHET, Nathalie HERMINIER

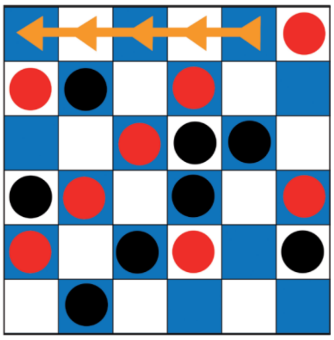
Chercheur : Benjamin NGUYEN, INSA Centre-Val de Loire.

1.Présentation du sujet

Le jeu des Dames berrichonnes est un jeu de plateau se jouant de 2 à 4 joueurs, sur un damier de 6X6 cases. Une manche se déroule en deux étapes :

Dans un premier temps, on place nos pions sur le damier à tour de rôle jusqu'à ce que ce dernier soit entièrement rempli.

Puis, on retire les pions à tour de rôle en comptabilisant les points. Chaque pion retiré rapporte autant de points qu'il y avait de cases vides dans un sens (horizontal ou vertical) à partir de ce pion.



Ici, le pion rouge en haut à droite du damier peut rapporter 5 points.

Il y a autant de manches que de joueurs et on fait tourner l'ordre de commencement à chaque manche.

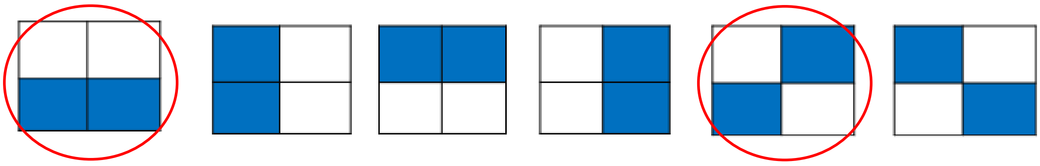
Nous avons cherché à trouver des stratégies gagnantes pour ce jeu dans le cas de parties à 2 joueurs. Nous avons trouvé un taux de victoire de plus de 90% pour le joueur 1 lorsqu'il dispose les pions sur les bords du damier.

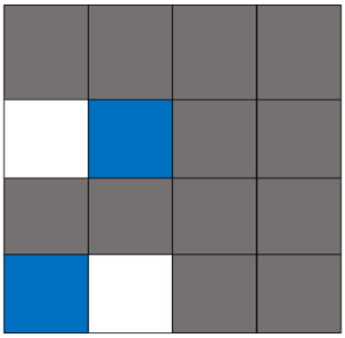
2. Premières hypothèses

Dans toute la suite nous nous sommes intéressés à des parties à 2 joueurs. Par commodité les pions ne sont pas représentés : les cases occupées par le joueur 1 sont coloriées en bleu et celles occupées par le joueur 2 sont en blanc.

Pour essayer de comprendre le jeu sur un damier 6x6, on a essayé de simplifier le problème sur un damier plus petit.

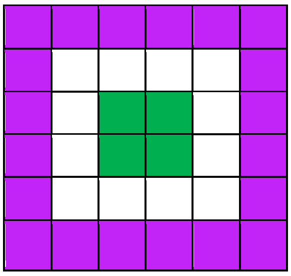
Tout d'abord sur un damier 2x2 nous avons compté le nombre de façons différentes de disposer les pions. Nous avons trouvé $\binom{4}{2} = 6$ combinaisons. En enlevant les symétries, il n'y a plus que 2 possibilités (entourées en rouge). Dans tous les cas, le joueur 1 n'aura aucun point lorsqu'il retire son premier pion alors que le 2ème joueur en aura 1. Puis en retirant son deuxième pion le joueur 1 aura 1 point et le joueur 2 marquera également 1 point. Le joueur 1 perd donc toujours 2 à 1.





Puis sur un damier 4x4, les possibilités sont là bien trop nombreuses pour être toutes testées puisqu'il y a $\binom{16}{8}$combinaisons soit 12870 possibilités (en comptant les symétries). Nous avons donc mis en avant des morceaux de dispositions simples de ce damier. Telles que cette fin de partie : Ici, le 1er joueur perd dans tous les cas, puisque s'il commence par enlever le pion au milieu ou celui de gauche il ne marquera que 2 points donnant l'occasion au joueur 2 d'en marquer 3 se retrouvant donc avec un écart de 1 point, ce qui causera sa défaite étant donné que par la suite les 2 joueurs peuvent marquer 3 points.

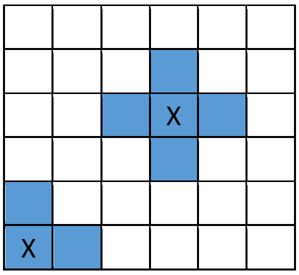
Nous avons après cela repris le 6x6 ce qui nous a permis, lors de parties jouées, de faire des hypothèses telles que :



-le joueur 2 semble avantagé

- Le plateau peut être fractionné en 3 parties. La zone externe (en violet) qui permettrait le gain d'un grand nombre de points, la zone centrale (en vert) qui permettrait d'avoir une bonne défense et la zone médiane (en blanc) qui serait un bon compromis.

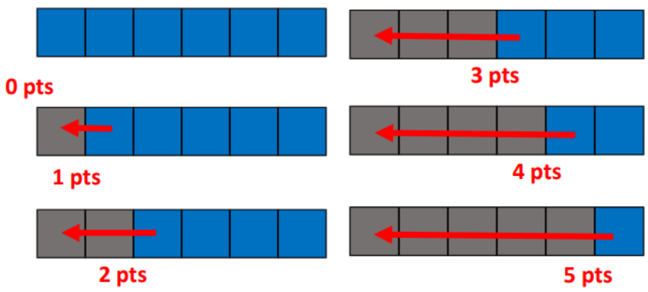
- Les pions que nous appelons « isolés » mettraient en difficulté l'adversaire. Un pion isolé est un pion uniquement entouré de pions de la même couleur que lui. (voir la partie 4)



Ci-contre, les pions signalés par une croix sont des pions isolés.

Il y a un grand nombre de dispositions, on a trouvé $\binom{36}{18}$combinaisons soit plus de 9 milliards en comptant les symétries.

3. Calcul des points que peut rapporter une ligne de pions de même couleur

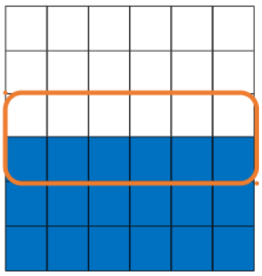


Pour calculer le nombre de points gagnés en une ligne on considère une ligne remplie de pions :
0+1+2+3+4+5=15. On est donc assuré, si on enlève le pion à côté d'une case libre (à part lors du 1er tour) de gagner

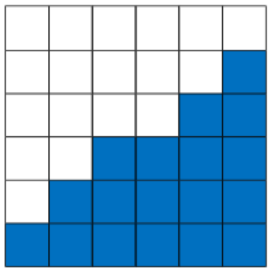
15 points avec une ligne entièrement remplie de nos pions. Le nombre de points est indépendant du choix du premier pion.

4. Etude des pions isolés

Nous avons décidé de tester ce qui se passerait si chaque joueur décidait d'avoir le maximum de pions isolés. Ainsi, seuls 6 pions au minimum sont en contact avec ceux de l'adversaire. On décide d'analyser une partie avec la disposition A (les résultats avec la disposition B sont les mêmes).



A. Configuration horizontale

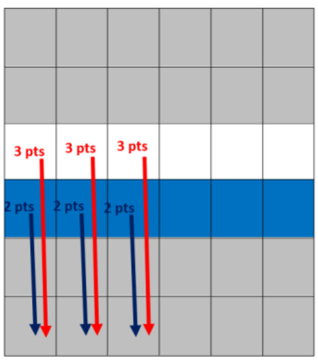


B. Configuration en diagonale

La stratégie est de ne pas jouer dans la zone orange (la frontière) pour ne pas laisser de points à l'adversaire jusqu'à ce qu'il ne reste plus que les pions de la frontière.Dans cette phase les deux joueurs marquent 31 points chacun (voir partie 3) : 15 points pour la première ligne plus 16 points pour la deuxième ligne car le premier pion marquera 1 point et non zéro.

Lorsque les joueurs vont commencer à retirer des pions de la frontière, le joueur 1 va marquer 2 points avec ses trois premiers pions tandis que le joueur 2 va marquer 3 points avec ses trois premiers pions. Pour la fin de la partie, les deux joueurs marquent le même nombre de points (3+4+5=12). Le joueur 2 va gagner 52 à 49 face au joueur 1.

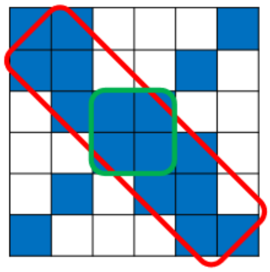
Cependant, si les deux joueurs utilisent la même stratégie lors de la 2ème manche (où l'ordre de passage est inversé) cela reviendra à un match nul. Les pions isolés permettent de ne pas laisser de points à l'adversaire mais si les deux joueurs font un maximum de pions isolés, cela mène à un match nul



5. Premières stratégies

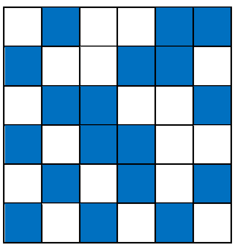
Par la suite nous avons joué plusieurs fois entre nous et avons découvert des stratégies que nous trouvons avantageuses :

- La première, celle dite des diagonales, consiste à disposer les pions le long des diagonales du damier tout en prenant le contrôle de la zone centrale. S'il reste des pions une fois les diagonales prises, il faut mettre des pions à côté des diagonales comme sur celle entourée en rouge. Le but est de bloquer l'adversaire en traversant le damier mais aussi de marquer des points en étant aux extrémités du damier.



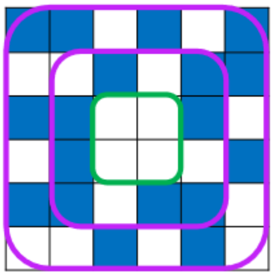
Technique 1 : exemple si on joue en 1er ou en 2ème

- La deuxième technique, dite des 3 pions, consiste à mettre 3 pions par ligne et par colonne. Cependant, il ne faut pas regrouper les pions au même endroit et ne pas mettre deux pions qui sont sur un bord du plateau en face à face c'est-à-dire sur la même ligne ou sur la même colonne. Le but est de maximiser les points gagnés tout en pouvant bloquer l'adversaire.

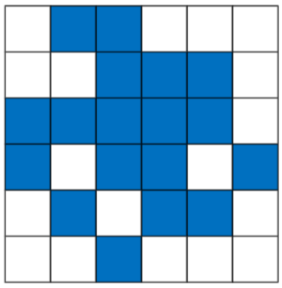


Technique 2 : exemple si on joue en 1er ou en 2ème

- Pour la troisième, nous avons trouvé une stratégie dont le but est d'adapter notre façon de jouer qui dépend de si on joue en 1er ou en 2ème. Si on joue en premier la stratégie est de marquer le plus de points en nous plaçant sur la zone externe, tandis que lorsque que nous jouons en 2ème nous essayons de bloquer en nous plaçant sur la zone centrale empêchant ainsi de marquer des points liés à la zone centrale.

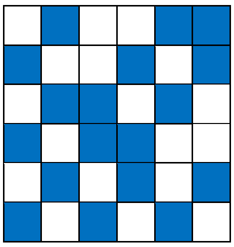


Technique 3 : exemple si on joue en 1er

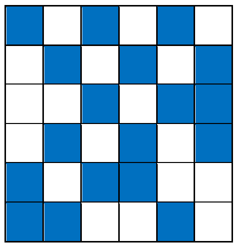


Technique 3 : exemple si on joue en 2ème

- Puis vient ensuite la quatrième stratégie consistant à positionner 3 pions par lignes et par colonne tout en mettant au moins 1 pion en zone centrale et au moins 1 en zone externe. Si on est joueur 1, il faut aussi créer des pions isolés pour bloquer l'adversaire.



Technique 4 : exemple si on joue en 1er



Technique 4 : exemple si on joue en 2ieme

6. Programme Python (1)

```
def place_pion_alea(tableau,N):
    L = [i for i in range(36)]
    couleur=0
    for i in range(36):
        case=random.choice(L)
        x=case%6
        y=case//6
        tableau[x][y]=couleur+1
        couleur=(couleur+1)%N
        L.remove(case)
    return tableau
```

Dans le but d'automatiser nos recherches, nous avons créé un programme en Python. Il joue pour les deux joueurs. Celui-ci dispose les pions au hasard sur le damier. Une liste L de 0 à 35 est créée et permet de représenter toutes les positions possibles. Une valeur de L est choisie au hasard grâce à la fonction choice du module random, elle est nommée « case ». On définit ensuite x (la ligne) et y (la colonne) qui permettent de placer le pion. x est égal au reste de la division euclidienne de C par 6, y est égal au quotient de la division euclidienne de C par 6. La valeur C est ensuite supprimée de la liste L. On recommence ensuite en posant un pion pour le joueur 1 puis un pion pour le joueur 2 jusqu'à ce que le damier soit rempli.

Ensuite, le programme enlève le pion qui rapporte le plus de points sans se soucier des coups à venir, c'est ce qu'on appelle la stratégie gloutonne. Le programme compte les points des deux joueurs et nous renvoie le résultat de la partie. Le programme peut faire plusieurs parties d'affilée et peut donner le nombre de victoires des deux joueurs.

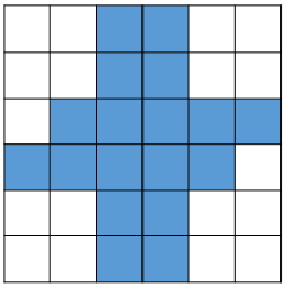
En faisant, beaucoup de simulations (10 000 et plus) nous avons remarqué que le joueur 2 gagne dans environ 70% des cas. Ce qui semble confirmer notre hypothèse de départ : le joueur 2 serait avantagé par rapport au joueur 1. Nous avons donc décidé de nous concentrer sur la recherche de dispositions gagnantes pour le joueur 1 en admettant que les deux joueurs utilisent la stratégie gloutonne lors de la phase de retirement.

6.1. Test des zones du damier

Nous avons voulu vérifier si les zones que nous avons imaginées permettent au joueur 1 de gagner. Nous avons rentré les configurations ci-dessous dans le programme qui a fait mille parties avec.

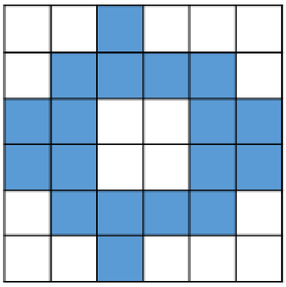
Zone centrale :

0,6% de victoire du j1



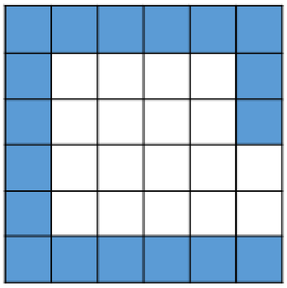
Zone médiane:

12,3% de victoire du j1



Zone externe:

94,8% de victoire du j1



Nous avons pu en déduire des approximations des taux de victoire.

Ainsi, la zone centrale et la zone externe ne permettent pas au joueur 1 de gagner, elles apportent un taux de victoire inférieur à celui obtenu lorsque le joueur 1 dispose ses pions aléatoirement. Cependant, la zone externe offre un taux de victoire d'environ 95% au joueur 1, ce qui est très supérieur au taux de victoire de 30% lorsque le joueur 1 dispose ses pions au hasard.

6.2. Test des stratégies

Dans le même objectif, nous avons testé les stratégies que nous avons élaborées. La stratégie des diagonales lorsque le joueur 1 l'utilise lui donne environ 20% de taux de victoire, lorsque le joueur 2 en fait usage il gagne dans environ 75% des cas.

La stratégie des 3 pions lorsque le joueur 1 l'utilise lui donne environ 20% de chance de gagner tandis que lorsque le joueur 2 joue avec cette stratégie il aura 76% de chance de gagner.

Pour la technique 3, l'adaptative lorsque le joueur 1 joue avec cette technique il aura 31% de chance de gagner alors que si le joueur 2 joue cette technique il aura 27,2% de chance de gagner.

Et enfin la 4ème stratégie dite de ''la répartie'', le joueur 1 en jouant cette stratégie aura 17,9% de chance de gagner tandis que quand le joueur 2 va jouer cette technique il aura 80,5% de chances de gagner.

Pour le joueur 1, les 4 stratégies donnent entre 17,9% et 31% de victoire pour le joueur 1 or si le joueur 1 dispose ses pions aléatoirement, il a environ 30% de chances de gagner, donc les stratégies ne sont pas meilleures que l'aléatoire pour le joueur 1.

Pour le joueur 2, la 3ème stratégie lui donne 27,2% de victoire ce qui est bien inférieur aux 70% de victoire lorsque le joueur 2 dispose ses pions aléatoirement, elle n'est donc pas intéressante. Les stratégies 1 et 2 permettent au joueur 2 de gagner dans 75% et 76% des cas ce qui est légèrement supérieur aux taux de victoire en disposant les pions au hasard. La 4ème stratégie donne au joueur 2 environ 85% de taux de victoire ce qui est environ 15% supérieur au taux de victoire lorsque le joueur 2 dispose ses pions aléatoirement.

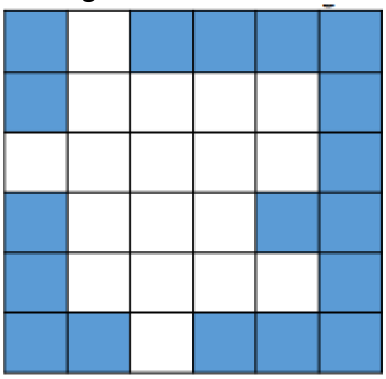
En conclusion on peut dire que nos stratégies de départ ne sont pas concluantes avec la stratégie de retirement gloutonne à l'exception de la 4ème stratégie pour le joueur 2.

6.3. Recherche automatisée de configurations

Pour pouvoir trouver des dispositions vraiment gagnantes pour le joueur 1 nous avons modifié notre programme Python pour qu'il recherche les meilleures configurations avec la stratégie de retirement gloutonne.

Le programme consiste à faire des dispositions aléatoires, ensuite il calcule le taux de victoire du joueur 1 pour chaque configuration (en répétant 1000 fois la même partie) puis renvoie à la fin du programme la configuration avec le meilleur taux de victoire.

En testant 1000 fois 20 000 configurations différentes :



Taux de victoire du J1 : 83,8%

En testant avec 20 000 configurations aléatoires le programme on a déduit que la meilleure configuration est celle-ci car le taux de victoire du joueur 1 est de 83,8%.

7.Conclusion

En conclusion, nous n'avons trouvé aucune disposition qui garantisse un taux de victoire de 100% dans tous les cas.

Cependant, si on considère que les joueurs utilisent la stratégie gloutonne pour marquer des points, nous avons des résultats intéressants. Ainsi, nous savons qu'en plaçant ses pions aléatoirement le deuxième joueur a environ 70% de chances de gagner. De plus, le joueur 1 a environ 95% de chance de remporter une partie s'il dispose tous ces pions dans la zone externe. Nous avons donc prouvé que la zone externe permet de marquer un maximum de points avec la stratégie de retirement gloutonne.
Quant aux autres zones du damier leur efficacité n'a pu être démontrée par nos programmes. Il en va de même pour nos stratégies qui ne font guère mieux, elles ont des statistiques peu différentes de l'aléatoire à 10% près environ.
Cependant, il faut rappeler que ces taux sont obtenus en stratégie de retirement gloutonne, face à un vrai adversaire les stratégies sont peut-être plus efficaces et les zones centrales et médianes ont sans doute leur intérêt.
Enfin, nous n'avons pas concentré nos efforts sur une stratégie gagnante pour le joueur 2 car les chiffres en stratégie gloutonne lui donnent un grand pourcentage de victoire.

Notes d'édition

(1) D'abord le programme ne concerne que la première phase de placement aléatoire des jetons, pas de la phase d'enlèvement. Ensuite, le programme possède un paramètre N qui peut sembler étrange. Il s'agit en fait du nombre de joueurs, le jeu pouvant en fait se jouer à plus de deux joueurs (mais l'article ne le mentionne pas et ne présente que la variante à deux joueurs).