

### Sujet 3 : Invasion de zombies

La ville de Paris subit une invasion de zombies et nous voulons étudier leur propagation. Nous représentons la ville par un carré quadrillé, et colorons une case quand elle est infestée de zombies. La règle de propagation est la suivante : une case blanche (saine) est envahie par les zombies quand elle est "bordée" (un côté en commun) par au moins deux cases colorées (infestées). Si plusieurs cases peuvent être colorées, on les colore les unes après les autres. Voici un exemple de propagation (ci-après) :

1. Comment infester entièrement une ville de taille  $2 \times 2$  cases?  $3 \times 3$ ?  $4 \times 4$ ? Faire différents exemples
2. Essayer d'infester une ville de taille  $9 \times 9$ .
3. Donner une conjecture sur le nombre minimal de zombies pour infester toute la ville de taille  $9 \times 9$ , et **prouver** que ce nombre est en effet minimal.

2

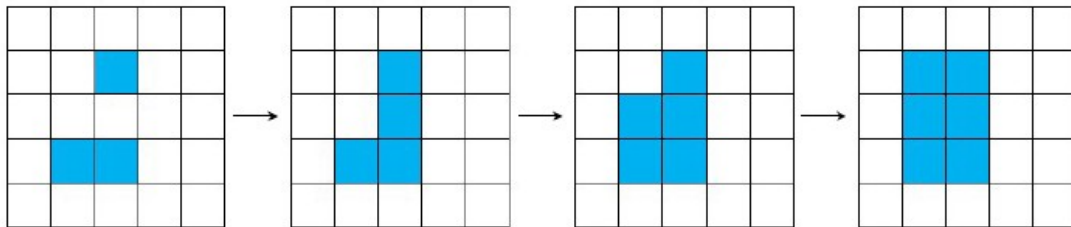


Figure 2: Exemple de propagation sur une ville de taille  $2 \times 2$ .

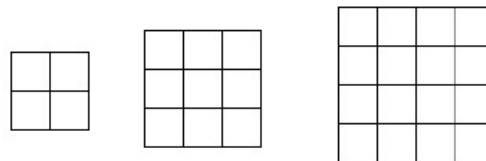


Figure 3: Petites villes

4. Que se passe-t-il sur une ville de taille  $n \times n$ ?
5. Et si on se place sur une ville rectangulaire?