

Sujet 19

Triangles équilibrés

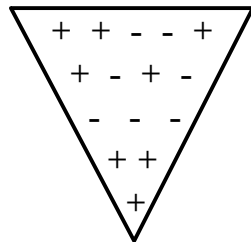
On remplit un triangle équilatéral de longueur de côté n avec des signes $+$ ou $-$ de la manière suivante :

- La première ligne contient une suite de n signes $+$ ou $-$
- La seconde ligne contient $n-1$ signes $+$ ou $-$ obtenus en appliquant la règle suivante :
Sous chaque paire de signes consécutifs on place le signe du produit, c'est à dire

+ + + - - + - -

 + - - +

- Et ainsi de suite....
- Un exemple de triangle de taille $n=5$ construit en suivant cette règle :



On dit que ce triangle est équilibré si et seulement si il contient autant de signe $+$ que de signe $-$.

- Peut-on construire un triangle équilibré de taille 3 ? 4 ?
- Pour quelles valeurs de n peut-on construire des triangles équilibrés ?
- Comment peut-on construire, si ils existent, des triangles équilibrés ?