

### **La carotte ou le bâton ?**

Avery et Billie jouent avec un bâton de longueur  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ,  $2K$  centimètres. Si cela est possible, Avery casse le bâton en deux parties de longueurs  $n' \in \mathbb{N}^*$  et  $n'' \in \mathbb{N}^*$  de sorte que  $n' \neq n''$ .

Ensuite, de façon similaire, Billie casse l'un des deux bâtons ainsi obtenus en deux parties de longueurs entières non nulles et distinctes.

Avery et Billie jouent ainsi alternativement jusqu'à ce que la cassure en deux parties inégales soit devenue impossible.

Alors, le bâton initial est cassé en  $n_1$  bouts de 1 cm et  $n_2$  bouts de 2 cm.

- Si  $n_1 > n_2$ , la dernière personne ayant joué est gagnante ;
- Si  $n_1 < n_2$ , la dernière personne ayant joué est perdante ;
- Si  $n_1 = n_2$ , la partie est nulle.

Quelle est la probabilité qu'Avery gagne ? Et pour Billie ?