

1 Pile ou face : peut-on choisir la meilleure suite ?

Contexte

On lance une pièce de monnaie équilibrée plusieurs fois de suite. À chaque lancer, on obtient soit **Pile**, soit **Face**. Deux joueurs choisissent chacun une suite de trois résultats. On lance ensuite la pièce jusqu'à ce que l'une des deux suites apparaisse. Le joueur dont la suite apparaît en premier gagne. Mais toutes les suites ont-elles réellement les mêmes chances de gagner ?

Énoncé

Marie choisit la suite

Pile – Pile – Face

et Romain choisit la suite

Face – Pile – Pile.

On lance une pièce autant de fois que nécessaire. Par exemple, si les résultats successifs sont

F, P, F, F, P, P, F, ...

on regarde après chaque nouveau lancer si l'une des deux suites est apparue. La partie s'arrête dès que l'on rencontre pour la première fois

PPF ou *FPP*.

Questions à explorer

1. Avant de faire les calculs, sur quelle suite miseriez-vous ?
Pensez-vous que les deux joueurs ont chacun une chance sur deux de gagner ?
2. Jouez plusieurs parties avec une vraie pièce.
Notez à chaque fois la suite gagnante et estimez expérimentalement la probabilité de victoire de chaque joueur.
3. Recommencez l'expérience un grand nombre de fois, éventuellement à l'aide d'un programme informatique.
Vos résultats semblent-ils se stabiliser ?
4. Essayez maintenant d'expliquer mathématiquement les résultats obtenus. Pourquoi une suite pourrait-elle être avantagée par rapport à l'autre ?
5. Listez toutes les suites possibles de trois lancers.
Choisissez deux suites et faites-les s'affronter. Certaines semblent-elles meilleures que d'autres ?
6. Supposons qu'Marie choisisse sa suite en premier.
Romain peut-il toujours choisir ensuite une suite qui lui donne un avantage ?
7. Existe-t-il une suite qui soit meilleure que toutes les autres ?
Autrement dit, peut-on classer toutes les suites de la meilleure à la moins bonne ?
8. Que se passe-t-il si l'on choisit des suites de longueur 4 au lieu de suites de longueur 3 ?

Question principale : Si un adversaire choisit une suite de Pile ou Face, peut-on choisir une autre suite qui ait plus de chances de gagner ?