

1. Jeu du Fort Boyard à deux joueurs et plus

On appelle « jeu du Fort Boyard » le jeu décrit ci-dessous, qui oppose les candidats du célèbre jeu télévisé aux Maîtres du Temps du fort.

Sur une table sont disposés N bâtonnets. Dans l'ordre du tour, chaque joueur prend selon son choix 1, 2 ou 3 bâtonnets, jusqu'à ce que tous aient été pris. Le joueur à prendre le dernier bâtonnet gagne.

Étudions ce jeu. On comprendra d'abord à la situation simple à deux joueurs puis on s'intéressera à différentes configurations possibles lorsque d'autres joueurs sont ajoutés.

Pistes de recherche (à explorer dans l'ordre, ou pas !)

1. *Jeu à 2 joueurs.* Pour quels nombres de bâtonnets N le premier joueur a-t-il une stratégie gagnante ? Et le second joueur ?
2. *Jeu à $k \geq 3$ joueurs en 2 équipes.* On considère k joueurs jouant les uns après les autres, chacun appartenant à l'équipe A ou l'équipe B . Une équipe gagne lorsqu'un joueur de cette équipe prend le dernier bâtonnet. Chaque joueur veut faire gagner son équipe. Pour chaque répartition des joueurs entre les deux équipes, quelle équipe a une stratégie gagnante ? Laquelle ?
3. *Jeu à $k \geq 3$ joueurs indépendants.* On considère k joueurs jouant les uns après les autres. Un joueur gagne lorsqu'il prend le dernier bâtonnet. Existe-t-il un joueur avec une stratégie gagnante ? (Conjecture : non)
4. *Jeu à $k \geq 3$ joueurs indépendants avec préférence.* On introduit pour chaque joueur un ordre de préférence sur le gagnant. Par exemple, pour trois joueur-euses Alice, Bob et Charlie, Alice préfère gagner puis que Bob gagne et enfin que Charlie gagne tandis que Bob préfère gagner puis qu'Alice gagne puis que Charlie gagne et Charlie préfère gagner puis que Bob gagne puis qu'Alice gagne. En fonction d'un ordre de préférence, comment déterminer si un joueur dispose d'une stratégie gagnante ?