

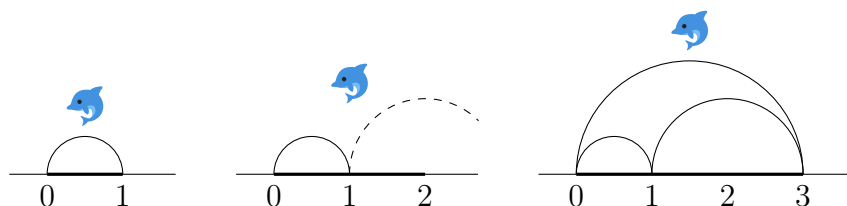
Flipper le dauphin

sujet Math.en.JEANS

Collège Paul Valéry

2024–2025 — année des océans

Flipper le dauphin passe son temps à faire des bonds sur une demi-droite graduée, en choisissant d'aller vers l'avant ou vers l'arrière.



Un nombre n est dit atteignable si le dauphin peut, en partant de l'origine atteindre la position n en exactement n bonds successifs (en avant ou en arrière) de longueurs $1, 2, \dots, n$ (effectués dans cet ordre) et sans jamais sortir du segment $[0, n]$.

Le nombre 1 est atteignable en un bond. Mais le nombre 2 ne l'est pas car après avoir fait le bond de longueur 1, s'il fait un bond de longueur 2 en avant ou en arrière il sort de l'intervalle $[0, 2]$. Le nombre 3 n'est pas atteignable car le dauphin est obligé de faire un bond de longueur 3 vers l'arrière (après avoir fait un bond de longueur 1 et un autre de longueur 2 sinon il sort de $[0, 3]$ et se trouve sur 0 au lieu de 3).

Quels sont les nombres atteignables par Flipper ?