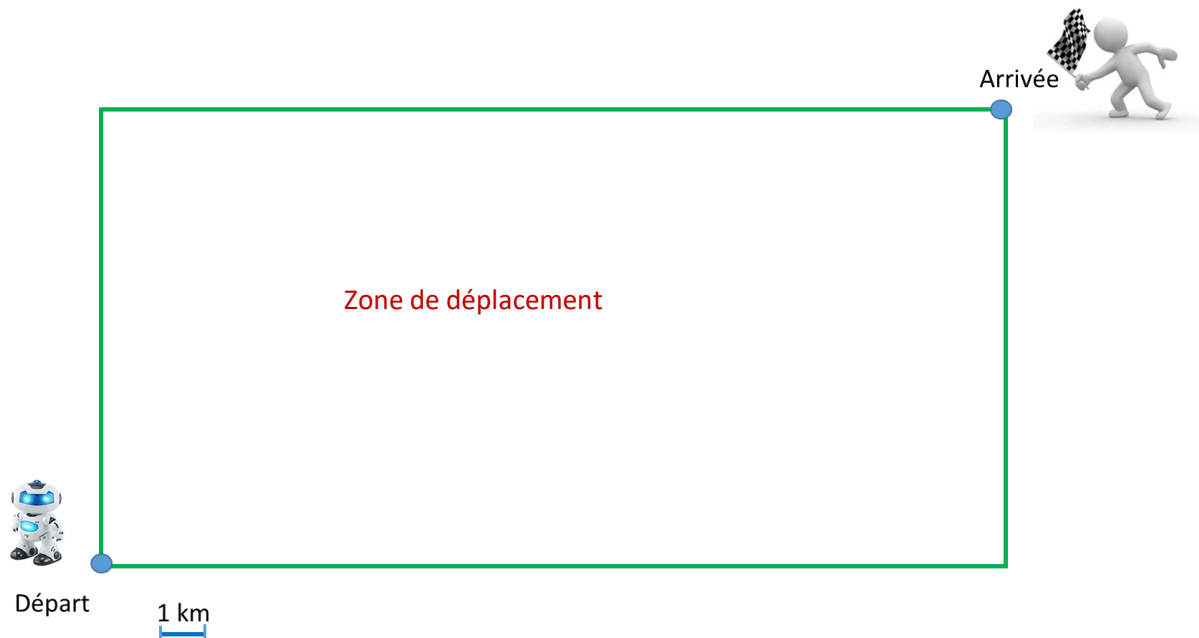


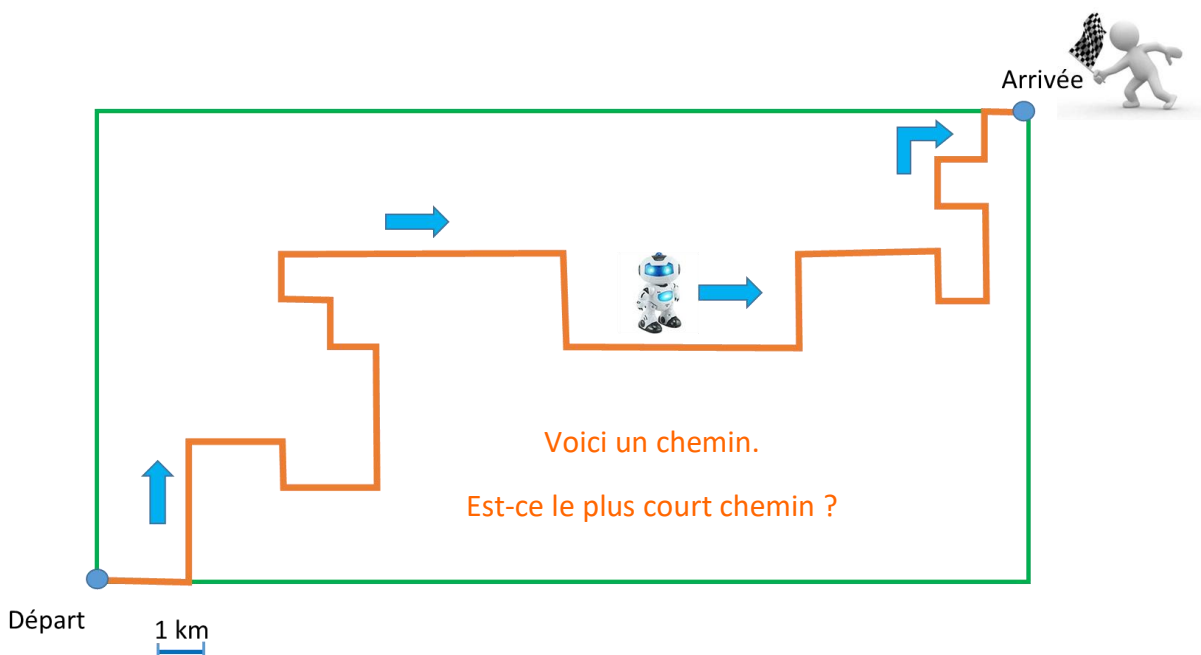


Les chemins d'Automath

Automath est un gentil robot qui se déplace dans un secteur de forme rectangulaire. Il part d'un sommet de ce rectangle et veut arriver au sommet opposé.



Automath se déplace en faisant des petits déplacements d'1 kilomètre vers le Nord, le Sud, l'Est ou l'Ouest. Il peut effectuer plusieurs déplacements successifs dans une même direction donnée. Par contre, il ne peut pas partir en diagonale.



Question préliminaire. Dans la vie réelle, si l'on roule avec une voiture, les chemins les plus courts sont-ils les chemins les plus rapides ? Expliquez.

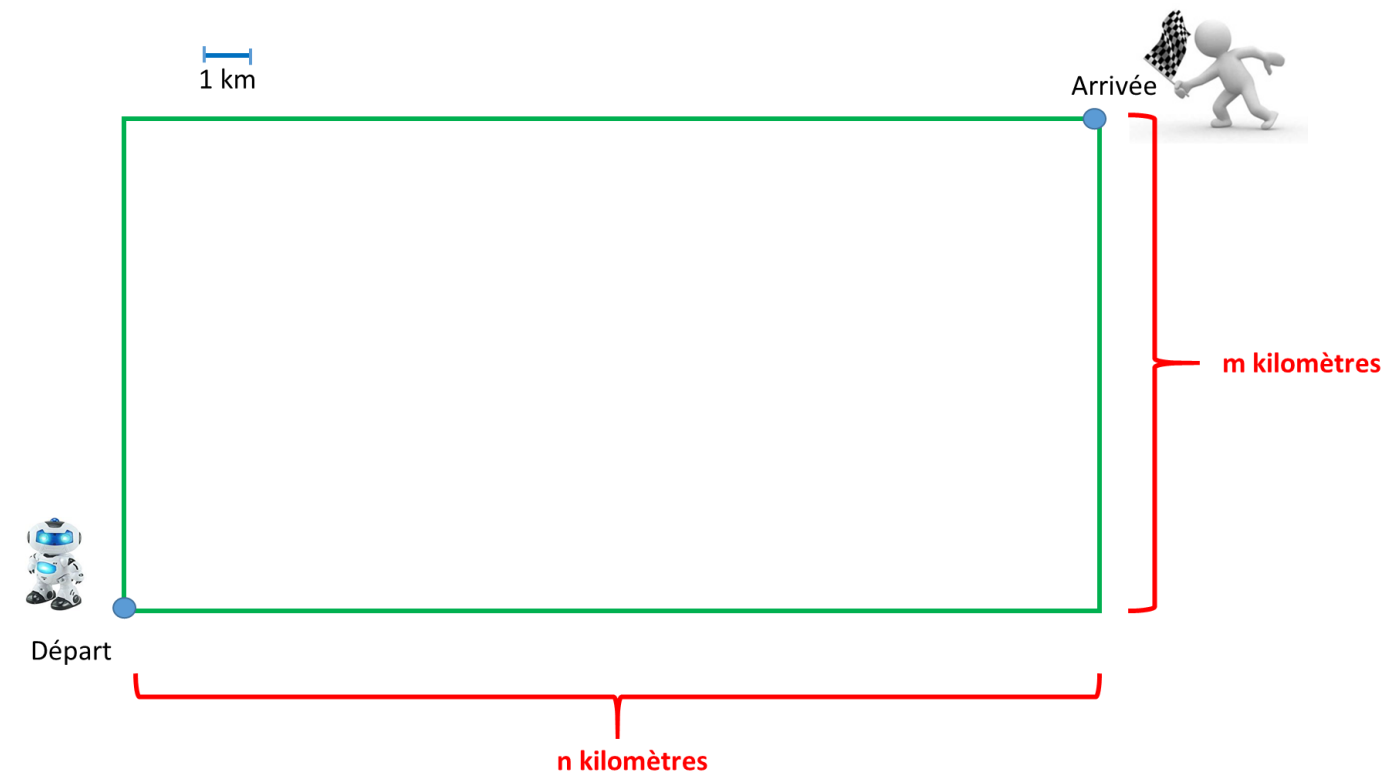
Que pensez-vous du cas des oiseaux ?

Etude des chemins les plus courts d'Automath.

- 1/ Quels sont les chemins les plus courts ?
- 2/ On suppose qu'Automath se déplace dans un carré de longueur de côté 1 km. Combien de plus courts chemins existe-t-il ? A présent, la zone de déplacement est un carré de longueur 2 km. Combien de plus courts chemins existe-t-il ?
- 3/ Que se passe-t-il lorsque la zone de déplacement est réduite au point de départ ?
- 4/ On suppose toujours que la zone de déplacement est un carré. Complétez le tableau suivant :

Longueur de côté du carré n	Nombre de plus courts chemins $L(n,n)$
0 km	
2 km	
3 km	
4 km	
5 km	
6 km	
2 km	

4/ A présent, Automath se déplace dans une zone rectangulaire de dimensions n et m kilomètres, la première dimension dans le sens Ouest-Est (donc horizontalement) et la seconde dimension dans le sens Nord-Sud (donc verticalement).



Combien de plus courts chemins existe-t-il pour une zone rectangulaire de dimensions 1 km et 2 km (c'est-à-dire $n=1$ et $m=2$) ? Et si on inverse les dimensions ($n=2$ et $m=1$) ?

Combien de plus courts chemins existe-t-il pour une zone rectangulaire de dimensions 3 km et 2 km (c'est-à-dire $n=3$ et $m=2$) ? Et si on inverse les dimensions ($n=2$ et $m=3$) ?

Combien de plus courts chemins existe-t-il pour une zone rectangulaire de dimensions 3 km et 2 km (c'est-à-dire $n=3$ et $m=2$) ? Et si on inverse les dimensions ($n=2$ et $m=3$) ?

Combien de plus courts chemins existe-t-il pour une zone rectangulaire de dimensions 3 km et 1 km (c'est-à-dire $n=3$ et $m=1$) ? Et si on inverse les dimensions ($n=1$ et $m=3$) ?

5/ D'une façon générale, que peut-on dire sur le nombre de chemins les plus courts lorsqu'on inverse les dimensions ?

6/ Que se passe-t-il si l'une des dimensions est nulle ?

7/ Complétez le tableau suivant :

Première dimension de la zone de déplacement n	Seconde dimension de la zone de déplacement m	Nombre de plus courts chemins $L(n,m)$
2 km	0 km	
2 km	1 km	
2 km	2 km	
3 km	0 km	
3 km	1 km	
3 km	2 km	
3 km	3 km	
4 km	0 km	
4 km	1 km	
4 km	2 km	
4 km	3 km	
4 km	4 km	

8/ On organisera les résultats dans le tableau suivant. Les premières observations permettront d'établir une conjecture et d'achever de compléter le tableau.