

Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

La carte cachée

Année 2022 – 2023

Romane Boutin, Jade Diennet, Cloé Klinger, Anna Mathiaud,
Rémi Vaudey, Julie Vidal, élèves de 3^{ème}

Établissement(s) : Collège le Calloud, La Tour du Pin

Enseignant·e(s) : Monsieur Xavier Durand, Madame Audrey Derveaux,
Madame Gaëlle Guillaud

Chercheur·Chercheuse(s) : Monsieur Clément Jourdana, Laboratoire Jean Kuntzmann, Université Grenoble Alpes.

1. Présentation du sujet

Notre sujet se base sur un paquet de 32 cartes à jouer soit du 7 à l'as. Dans une sélection aléatoire de x cartes parmi les 32 l'une d'entre elle est retournée, face cachée. Les autres cartes sont placées à la suite en ligne, face visible. L'un de nous est sorti de la salle et n'a pas vu la carte qui a été cachée. Son but est de retrouver la couleur, l'enseigne ou la valeur de la carte cachée, en analysant comment les cartes visibles ont été déposées.

Vocabulaire :

- Valeur : hauteur de la carte (7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, As)
- Enseigne : famille de la carte (carreau, cœur, pique, trèfle)
- Couleur : noire, rouge

Dans les jeux de cartes, la famille de la carte est appelée couleur ou plus rarement enseigne. Pour éviter toute confusion, nous appelons la famille de la carte enseigne. Quant à la couleur rouge ou à la couleur noire nous les nommons simplement par couleur.

2. Résultats

Durant nos recherches, nous avons pu trouver une technique pour deviner la couleur en utilisant 2 cartes visibles si nous choisissons la carte cachée parmi les 3 cartes sélectionnées. Ensuite, nous avons proposé une technique pour deviner l'enseigne, d'abord avec 4 cartes visibles puis avec seulement 3 cartes visibles, à chaque fois sans avoir besoin de choisir nous-même la carte cachée.

2.1. Faire deviner la couleur

Au commencement de nos recherches, nous avons travaillé sur les couleurs. Le but était de deviner la couleur de la carte cachée en utilisant le moins de cartes possibles.

Le chercheur nous a conseillé de chercher la couleur avec 3 cartes en comptant la carte cachée. Nous sommes arrivés à une stratégie qui fonctionne lorsque c'est nous qui choisissons la carte à cacher parmi les 3 cartes. En effet, nous avons trouvé plusieurs combinaisons :

- soit les trois cartes tirées sont de même couleur,
- soit seulement deux cartes tirées sont de même couleur.

Dans ce cas, nous choisissons comme carte cachée une parmi les deux de la même couleur. Nous disposons alors les deux cartes restantes de façon à ce que la première carte soit de la couleur de la carte cachée. La technique marche à tous les coups car nous disposons toujours d'une carte de la même couleur que la carte cachée. Nous avons donc résolu la problématique de la recherche de la couleur pour 3 cartes.

Si nous jouons avec plus de 3 cartes, seule celle présente à côté de la carte cachée compte. Les autres sont des cartes fantômes, elles sont inutiles pour trouver la couleur de la carte.

Si nous jouons avec moins de trois cartes il est impossible de trouver la couleur de la carte car on ne sait pas si la carte visible est de la même couleur que la carte cachée.

2.2. Faire deviner l'enseigne

2.2.1. En utilisant 4 cartes visibles

Nous sommes ensuite montés en difficulté pour cette fois trouver l'enseigne de la carte cachée. Nous sommes partis de cinq cartes en comptant la carte cachée. Avec notre technique, la carte cachée peut aussi être choisie au hasard par l'un d'entre vous.

Commençons par sélectionner au hasard la carte cachée. Avec les 4 cartes restantes, nous avons alors plusieurs cas possibles.

Cas 1 : 4 cartes de mêmes valeurs

En premier, prenons en compte le cas où les quatre cartes visibles sont de la même valeur (par exemple les quatre valets). Ce cas-là est très simple. Il suffit simplement de mettre la carte de la même enseigne que la carte cachée à côté d'elle.

Sur l'exemple, si la carte cachée est un pique, nous mettrons donc le valet de pique à côté d'elle.

Cas 2 : 4 cartes de valeurs différentes

Maintenant prenons en compte le cas où les quatre autres cartes sont toutes de valeurs différentes (par exemple, 1 sept, 1 as, 1 dame et 1 dix).

Nous avons élaboré la stratégie suivante :

- Si la carte cachée est un cœur alors il faut ranger les cartes dans l'ordre croissant à partir de leur valeur (donc sept, dix, dame, as)
- Si la carte cachée est un carreau alors il faut ranger les cartes dans l'ordre décroissant à partir de leur valeur (donc as, dame, dix, sept)

-Si la carte cachée est un trèfle alors il faut d'abord séparer les cartes en deux groupes (par exemple l'as et le dix ensemble et la dame et le sept dans l'autre groupe). Puis il faut placer les valeurs du premier groupe dans l'ordre croissant et celles du deuxième dans l'ordre décroissant (donc dix, as, dame et sept).

- Si la carte cachée est un pique alors il faut faire la même chose que pour le trèfle mais cette fois-ci en mettant le premier groupe dans l'ordre décroissant et le deuxième dans l'ordre croissant (donc as, dix, sept et dame).

En résumé, nous plaçons les cartes dans l'ordre donné par le tableau suivant :

Enseigne à deviner	Ordre à respecter
Carreau	Décroissant
Cœur	Croissant
Pique	Décroissant-Croissant
Trèfle	Croissant-Décroissant

Cas 3 : 2 cartes de mêmes valeurs

Le troisième cas possible est celui où nous avons deux fois la même valeur dans nos quatre cartes (par exemple deux huit, un sept et un roi ou alors deux sept et deux neuf, la technique sera la même pour les deux exemples).

- Si la carte cachée est un cœur ou un carreau, nous continuons à les ranger dans l'ordre croissant ou décroissant en mettant les deux cartes de la même enseigne à côté. Savoir laquelle des deux nous mettons en premier n'a pas d'importance.

Sur les exemples, si la carte cachée est un cœur, cela donne sept, huit, huit, roi pour le premier exemple et sept, sept, neuf, neuf pour le deuxième.

- Si la carte cachée est un trèfle ou un pique, nous continuons à faire croissant/décroissant ou décroissant/croissant. Seulement, lorsque nous séparons les deux groupes, nous faisons attention à ne pas mettre les deux cartes de la même valeur dans le même paquet. En imaginant que la carte est un trèfle et en reprenant les exemples précédents, nous avons donc pour le premier cas sept, huit, roi, huit et pour le deuxième sept, neuf, neuf, sept.

Cas 4 : 3 cartes de mêmes valeurs

Enfin, le dernier cas, qui est le plus délicat, est celui où dans les quatre cartes nous avons trois cartes de la même valeur et une différente (par exemple trois sept et une dame). [\(1\)](#)

Nous avons alors décidé de classer les enseignes :

Enseigne	Valeur attribuée
Carreau	1
Cœur	2
Pique	3
Trèfle	4

Nous avons choisi cet ordre tout simplement car c'est l'ordre alphabétique et c'est plus simple à retenir. Classifier les enseignes nous sert à faire les techniques habituelles de croissant/décroissant mais cette fois-ci, au lieu de classer les cartes en fonction de leurs valeurs, nous les classons en

fonction de leurs enseignes. Comme les trois cartes de même valeur ont forcément des enseignes différentes, nous revenons soit au cas 1, soit au cas 3.

Imaginons que nous avons un sept de cœur, un sept de carreau, un sept de trèfle et une dame de pique, le classement croissant pour faire deviner cœur donne donc un sept de carreau (=1), un sept de cœur (=2), une dame de pique (=3) et un sept de trèfle (=4).

Si nous avons deux cartes de la même enseigne, par exemple un sept de cœur, un sept de carreau, un sept de trèfle et une dame de trèfle, il faut suivre la technique décrite dans le cas 3. Sur l'exemple, le classement croissant pour faire deviner cœur donne donc un sept de carreau (=1), un sept de cœur (=2), un sept de trèfle (=4) et une reine de trèfle (=4).

Rappelons que si la carte cachée est un pique ou un trèfle, les deux cartes de la même enseigne ne doivent pas être dans le même paquet.

Sur l'exemple, le classement croissant/décroissant pour trèfle donne donc un sept de carreau (=1), un sept de trèfle (=4) une reine de trèfle (=4) et un sept de cœur (=2).

Ces techniques marchent aussi pour plus de cinq cartes. Dans ces cas nous ne nous servons que des quatre premières cartes, celles collées à la carte cachée. Les autres ne servent à rien, ce sont des cartes fantômes.

2.2.2. En utilisant 3 cartes visibles

Nous avons ensuite complexifié encore plus le problème en essayant de trouver une technique pour quatre cartes c'est-à-dire lorsque nous disposons de seulement 3 cartes pour faire deviner l'enseigne de la carte cachée.

Là encore, nous avons séparé plusieurs cas possibles :

Cas 1 : 3 cartes de valeurs différentes

Tout d'abord, dans le cas où la carte cachée est un cœur ou un carreau, rien ne change par rapport à la première technique, nous rangeons toujours les trois cartes par ordre croissant ou décroissant. Si la carte cachée est un trèfle ou un pique, nous gardons également la même technique, seulement la deuxième carte, celle du milieu, comptera pour les deux paquets.

Par exemple, si la carte cachée est un pique et que nous avons un neuf, un roi et un as, nous devons ranger les cartes dans l'ordre décroissant/croissant ce qui nous donnera roi, neuf, as.

Cas 2 : 3 cartes de mêmes valeurs

Ensuite, dans le cas où les trois autres cartes sont de même valeur (par exemple un sept de cœur, un sept de pique et sept de trèfle), il suffit de reprendre notre technique de classification des enseignes. Avec 3 cartes de mêmes valeurs nous avons forcément trois enseignes différentes. Sur l'exemple, si la carte est un cœur, nous plaçons donc un sept de cœur (=2), un sept de pique (=3) et un sept de trèfle (=4). Si la carte est un trèfle, nous plaçons donc un sept de cœur (=2), un sept de trèfle (=4) et un sept de pique (=3).

Cas 3 : 2 cartes de mêmes valeurs

Enfin, le cas le plus problématique est celui où nous avons deux cartes de même valeur et une autre carte. Nous avons identifié deux sous cas, A et B.

Cas 3A : Ce sous cas consiste à avoir deux cartes de même valeur et une autre carte mais trois enseignes différentes (par exemple un dix de trèfle, un dix de carreau et un sept de pique et la carte cachée est un trèfle).

Dans ce cas-là nous reprenons notre technique de classification des enseignes du cas 2 (ce qui donne un dix de carreau (=1), un dix de trèfle (=4) et un sept de pique (=3)).

Cas 3B : Le deuxième sous cas est celui où nous avons deux cartes de même valeur et aussi deux cartes de mêmes enseignes (par exemple un dix de carreau, un dix de trèfle et un sept et la carte cachée est toujours un trèfle).

Ce cas est plus complexe. En effet, si nous suivons la technique précédente, nous allons nous retrouver avec sept, dix, dix et nous ne saurons pas si la carte est un trèfle ou un cœur. Nous l'avons donc légèrement modifiée. Nous gardons le classement des cartes avec les valeurs mais lorsque nous avons deux cartes de même valeur côte à côte, nous les classons à nouveau avec les enseignes. Pour faire deviner trèfle nous avons donc un sept de trèfle, un dix de trèfle (= 4) et un dix de carreau (=1) alors que pour faire deviner cœur nous aurions eu un sept de trèfle, un dix de carreau (=1) et un dix de trèfle (=4).

3. Conclusion

En conclusion, concernant la couleur nous avons réussi à développer une stratégie qui fonctionne en choisissant la carte à cacher parmi 3 cartes (ou plus). Pour les enseignes, nous avons fait la prédiction en utilisant 4 cartes, puis ensuite en n'utilisant que 3 cartes mais en complexifiant notre stratégie. Durant le congrès, nous avons pu rencontrer des élèves qui nous ont fait part d'une idée pour pouvoir deviner les valeurs. Malheureusement nous n'avons pas eu le temps de l'étudier complètement. Avec plus de temps, nous aurions aimé réfléchir à cette idée. Egalement, nous aurions aimé pouvoir chercher une technique pour faire deviner l'enseigne avec seulement 2 cartes visibles.^[2]

Notes d'édition

^[1] On peut imaginer une stratégie plus simple pour ce cas décrit comme le plus délicat, avec 3 cartes de même valeur et une différente, par exemple en codant l'enseigne par la position de la carte différente. La solution choisie par les auteurs est néanmoins intéressante car elle se prolonge dans le cas de 3 cartes visibles.

^[2] Le problème auquel ont été confrontés les auteurs est de trouver une alliance entre utiliser la valeur des cartes et leur enseigne (via une valeur attribuée). Une stratégie globale pourrait être d'attribuer d'abord un « poids » unique à chaque carte. Par exemple, on donne classiquement la valeur 11 aux valets, 12 aux dames, 13 aux rois, 14 aux as. Nous pouvons ensuite suivre l'ordre des enseignes choisi par les auteurs et attribuer les poids ci-dessous :

- 7, 8, ... , as de carreau reçoivent respectivement les poids 7, 8, ... , 14 ;

- 7, 8, ... , as de coeur reçoivent respectivement les poids 15, 16, ... , 22 ;
- 7, 8, ... , as de pique reçoivent respectivement les poids 23, 24, ... , 30 ;
- 7, 8, ... , as de trèfle reçoivent respectivement les poids 31, 32, ... , 38.

Dans ce cas, le poids du valet de pique est 27.

L'enseigne peut ensuite être codée, par exemple en suivant la stratégie des auteurs, par l'ordre des poids des cartes visibles (croissant, décroissant, croissant-décroissant ou décroissant-croissant).

Dans un langage plus mathématique, cela revient à prendre n'importe quel ordre total sur les cartes du jeu, puis à coder l'enseigne par une permutation de l'ordre total à trois éléments. On a 4 enseignes potentielles à coder et 6 permutations disponibles, donc le codage est possible.

Cette stratégie permet d'avoir une solution pour le premier problème (faire deviner la couleur de la carte cachée avec deux cartes visibles) sans choisir soi-même la carte cachée.

Il serait intéressant de réfléchir aussi à des arguments d'impossibilité, même si c'est plus difficile.